

Kontrolltöö

Juhendajad: Vitaly Skachek, Reimo Palm

31. oktoober 2016

Üliõpilase nimi: _____

Matriklinumber: _____

1. Selles kontrolltöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 110 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane).
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Kontrolltöö kestab 1 tund 40 minutit.
7. Palju edu!

1. ülesanne	
2. ülesanne	
3. ülesanne	
4. ülesanne	
Kokku	

1. ülesanne (46 punkti).

Tudeng läks raamatukokku. Raamatukogus on 100 erineva pealkirjaga raamatuid. (Kõik sama pealkirjaga raamatud eeldatakse olevat identsed.)

- (a) Kui tudeng peab valima viis *erinevat* raamatut, siis kui palju valikuvõimalusi tal on?

15 tudengist koosnev rühm arvutiteaduse instituudist läks raamatukokku ja üheskoos laenutasid nad 5 raamatut „Sissejuhatus kombinatoorikasse“, 7 raamatut „Sissejuhatus algoritmiteooriasse“ ja 3 raamatut „Kuidas hästi eksameid teha“.

- (b) Kui palju on võimalusi jaotada raamatud tudengite vahel nii, et iga tudeng saaks vähemalt ühe raamatu?

„Harry Potter ja Fööniksi ordu“ on väga populaarne raamat. 10 tudengist koosnev rühm läks raamatukokku ja üheskoos laenutasid nad 25 raamatut „Harry Potter ja Fööniksi ordu“.

- (c) Kui palju on võimalusi jaotada raamatud tudengite vahel?
- (d) Sama nagu (c), aga lisaks tingimusel, et iga tudeng saab vähemalt ühe raamatu. Kui palju on võimalusi jaotada raamatud tudengite vahel?
- (e) Sama nagu (c), aga lisaks tingimusel, et ükski tudeng ei saa rohkem kui 10 raamatut. Kui palju on võimalusi jaotada raamatud tudengite vahel?

2. ülesanne (16 punkti).

Kasutades tunnis käsitletud meetodit, konstrueeri mittedeterministlik automaat, mis aktsepteerib järgmise regulaaravaldisega kirjeldatud keelt, kus $\Sigma = \{0, 1, 2\}$:

$$(0^* \cup 1^* \cup 2^*)(012) .$$

Esita kõik algoritmi vahesammud.

3. ülesanne (24 punkti).

Definitsioon. Sõne w prefiks on alamsõne, mis esineb sõne w alguses.

Näide. Alamsõned ε , 0 , 00 ja 001 on kõik sõne 001 prefiks. Seevastu 1 ei ole sõne 001 prefiks.

Olgu $\Sigma = \{0, 1\}$ tähestik.

(a) Olgu \mathcal{R} regulaarne keel. Kas järgmine keel on regulaarne või mitte? Põhjenda vastust.

$$\mathcal{L}_R = \left\{ w \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ on sõne, mis sisaldab prefiksit } z \in \mathcal{R} \right\}.$$

(b) Olgu \mathcal{N} mitteregulaarne keel. Kas järgmine keel on alati mitteregulaarne? Põhjenda vastust.

$$\mathcal{L}_N = \left\{ w \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ on sõne, mis sisaldab prefiksit } z \in \mathcal{N} \right\}.$$

4. ülesanne (24 punkti).

Olgu $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ tähestik.

(a) Kas järgmine keel on regulaarne? Põhjenda vastust.

$$\mathcal{L}_1 = \left\{ w\#a \mid w \in \{0, 1\}^*, a \in \{0, 1\}, w \text{ on sõne, mis algab sümboliga } a \right\}.$$

(b) Tõesta, et järgmine keel ei ole regulaarne:

$$\mathcal{L}_2 = \left\{ w\#z \mid w, z \in \{0, 1\}^* \text{ on kaks sõnet ning } z \text{ on sõne } w \text{ prefiks} \right\}.$$

