7. kodutöö

Tähtaeg: 22. detsember 2016

Selle kodutöö eest on võimalik saada kuni 110 punkti.

1. Anna iga järgmise võrduse kohta vastus, kas $f(n) = O(g(n))$ ja kas $f(n) = o(g(n))$ (põhjenda vastuseid):

   (a) $f(n) = 2n + \log_2 n$ ja $g(n) = n$;

   (b) $f(n) = \log_2 n$ ja $g(n) = n^{\frac{1}{10}}$;

   (c) $f(n) = n^2$ ja $g(n) = 2^n$.

2. **<u>Definitsioon:</u>** suunamata graafi tipu v *aste* on tipuga v intsidentsete servade arv, kus silmust arvestatakse kahe servana.

   Defineerime keele $\mathsf{ASTE}\text{-}k$:

   $$\mathsf{ASTE}\text{-}k = \{\langle G, k\rangle \mid G \text{ on suunamata graaf, mis sisaldab tippu astmega } k\} \ .$$

   Tõesta, et $\mathsf{ASTE}\text{-}k \in \mathcal{P}$.

3. Defineerime keele $\mathsf{KAKSIK\text{-}KEHT}$:

   $$\mathsf{KAKSIK\text{-}KEHT} = \big\{\langle\phi\rangle \mid \phi \text{ on } \mathsf{KNK}\text{-valem, millel on vähemalt kaks } \textbf{erinevat} \text{ kehtestavat väärtustust } \big\} \ .$$

   Tõesta, et $\mathsf{KAKSIK\text{-}KEHT}$ on $\mathcal{NP}$-täielik.

   <u>Juhis:</u> esiteks näita, et $\mathsf{KAKSIK\text{-}KEHT} \in \mathcal{NP}$. Teiseks näita, et keel KEHT (ingl SAT) on polünomiaalselt taandatav keelele $\mathsf{KAKSIK\text{-}KEHT}$.

4. **<u>Definitsioon:</u>** *Mittesidus hulk* $\mathcal{S}$ graafis G on selline tippude hulk, et iga kahe tipu u, v puhul graafist G, kui tippude u ja v vahel pole serva, siis vähemalt üks neist kahest tipust kuulub hulka $\mathcal{S}$.

   Defineerime keele $\mathsf{MITTESIDUS\text{-}HULK}$:

   $$\mathsf{MITTESIDUS\text{-}HULK} = \big\{\langle G, k\rangle \mid G \text{ on suunamata graaf, mis sisaldab mittesidusat hulka suurusega } k\big\} \ .$$

   Tõesta, et $\mathsf{MITTESIDUS\text{-}HULK}$ on $\mathcal{NP}$-täielik.

   <u>Juhis:</u> esiteks näita, et $\mathsf{MITTESIDUS\text{-}HULK} \in \mathcal{NP}$. Teiseks näita, et keel KLIKK on polünomiaalselt taandatav keelele $\mathsf{MITTESIDUS\text{-}HULK}$.