

2. kodutöö

Tähtaeg: 6. oktoober 2016

Selle kodutöö eest on võimalik saada kuni 110 punkti.

1. (a) Tõesta Newtoni binoomvalemi abil, et

$$n(n-1) \cdot (1+x)^{n-2} = \sum_{i=2}^n i(i-1) \binom{n}{i} \cdot x^{i-2}.$$

- (b) Järelda sellest, et

$$n(n-1) \cdot 2^{n-2} = \sum_{i=2}^n i(i-1) \binom{n}{i}.$$

2. Klassi õpilaste seas

- 15 õpilast armastavad vanillijäätist;
- 18 õpilast armastavad šokolaadijäätist;
- 16 õpilast armastavad maasikajäätist;
- 8 õpilast armastavad vanillijäätist ja šokolaadijäätist;
- 7 õpilast armastavad vanillijäätist ja maasikajäätist;
- 8 õpilast armastavad šokolaadijäätist ja maasikajäätist;
- 5 õpilast armastavad kõiki kolme liiki jäätist;
- 4 õpilast ei armasta ühtegi liiki jäätist.

Mis on selle klassi õpilaste koguarv?

3. Tudeng veeretab 10 ühesugust täringut, iga täringu tahkudele on kirjutatud kuus numbrit: 1, 2, 3, 4, 5 ja 6. Kui palju leidub võimalikke tulemusi, kus esinevad kõik 6 numbrit?
4. Teatrisse tuli n džentelmeni ning igaüks andis riidehoiutädi kätte oma mütsi ja mantli. Kui nad hiljem teatrist lahkusid, polnud ühtegi džentelmeni, kes oleks saanud tagasi nii oma mütsi kui ka oma mantli. Eeldame, et kõik mütsid ja mantlid on erinevad. Mitmel viisil saab see nii juhtuda?
5. Esita järgmise samasuse kombinatoorne tõestus:

$$\sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} \cdot 3^{n-r} = 2^n,$$

kus n on positiivne täisarv.