

**Eksam**

Juhendajad: Vitaly Skachek, Reimo Palm

19. detsember 2016

Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_

Matriklinumber: \_\_\_\_\_

1. Selles eksamitöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 110 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane).
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Eksam kestab 2 tundi.
7. Palju edu!

1. ülesanne	
2. ülesanne	
3. ülesanne	
4. ülesanne	
<b>Kokku</b>	

1. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_1 = \{\langle A \rangle \mid A \text{ on deterministlik lõplik automaat ja } A \text{ keel on } (010)^n, n \geq 1\} .$$

Näita, et  $\mathcal{L}_1$  on lahenduv keel.

**Juhis:** üks võimalik viis seda ülesannet lahendada on kasutada fakti, et  $\mathcal{L}_\emptyset$  on lahenduv keel (näidatud loengus), kus

$$\mathcal{L}_\emptyset = \{\langle A \rangle \mid A \text{ on deterministlik lõplik automaat ja } L(A) = \emptyset\} .$$

Vaatleme deterministlikku lõplikku automaati  $B$ , mis aktsepteerib kõiki sõnesid, välja arvatud sõned kujul  $(010)^n$ ,  $n \geq 1$ .



**2. ülesanne** (30 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_2 = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{M} \text{ keel on } (010)^n, n \geq 1 \} .$$

Selles ülesandes näitad, et  $\mathcal{L}_2$  on mittelahenduv keel.

**Juhis:** näiteks võid kasutada taandamist keelelt  $\mathcal{L}_{\text{TM}}$ . Eeldame, et leidub Turingi masin  $\mathcal{M}_2$ , mis lahendab keelt  $\mathcal{L}_2$ . Konstrueeri Turingi masin  $\mathcal{M}_{\text{TM}}$ , mis lahendab keelt  $\mathcal{L}_{\text{TM}}$ , kus

$$\mathcal{L}_{\text{TM}} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{M} \text{ aktsepteerib sisendsõnet } w \} .$$

Sisendil  $\langle \mathcal{M}, w \rangle$ , teeb masin  $\mathcal{M}_{\text{TM}}$  järgmist.

1. Konstrueerib masina  $\mathcal{M}_w$ , mis sisendil  $x$  teeb järgmist.
  - (a) „Simuleerib“ masina  $\mathcal{M}$  töökäiku sõnel  $w$ .
  - (b) Kui  $\mathcal{M}$  peatub tagasilükkamisega, siis  $\mathcal{M}_w$  peatub tagasilükkamisega.
  - (c) Kui  $\mathcal{M}$  peatub aktsepteerimisega, siis  $\mathcal{M}_w$  kontrollib, kas sõne  $x$  on kujul  $(010)^n$ ,  $n \geq 1$ . Kui jah, siis peatub aktsepteerimisega. Kui ei, siis peatub tagasilükkamisega.
2. Teeb masina  $\mathcal{M}_2$  abil kindlaks, kas  $L(\mathcal{M}_w) = \{(010)^n, n \geq 1\}$ . Kui jah, siis peatub aktsepteerimisega. Kui ei, siis peatub tagasilükkamisega.

Vii lõpule taandamise detailid, kui vaja, ja näita, et  $\mathcal{L}_2$  on mittelahenduv keel.



**3. ülesanne** (20 punkti).

**Definitsioon:** KNK-valemi  $\phi$  *sage literaal* on literaal, mis esineb vähemalt pooltes kõigist disjunktidest.

Defineerime keele SAGE-LITERAAL:

$$\text{SAGE-LITERAAL} = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ on KNK-valem, milles esineb sage literaal} \} .$$

Kas SAGE-LITERAAL  $\in \mathcal{P}$ ? Põhjenda vastust.



4. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele 3-KLIKKI:

$3\text{-KLIKKI} = \{ \langle \mathcal{G}, k \rangle \mid \mathcal{G} \text{ on suunamata graaf, milles on vähemalt 3 mittekattuvat klikki suurusega } k \} .$

Selles ülesandes näitad, et 3-KLIKKI on  $\mathcal{NP}$ -täielik.

- (a) Tõesta, et  $3\text{-KLIKKI} \in \mathcal{NP}$ .
- (b) Tõesta, et 3-KLIKKI on  $\mathcal{NP}$ -raske.

**Juhis:** võid kasutada polünoomiaalset taandamist keelelt KLIKK keelele 3-KLIKKI. Ära unusta näidata, et reduktsioon on korrektne ja polünoomiaalne.





