

Süntaksanalüüs

Parsimistehnikad

Ülalt-alla parsimine

Vasakrekursiooni elimineerimine

Parsimistehnikad

Ülalt-alla parsimine (top-down parsing):

- alustab süntaksipuu ehitamist juurest ning kasvatab seda lehtede suunas;
- igal sammul valib produktsioonireegli ning üritab seda sobitada sisendsõnaga;
- mittesobiva reegli korral toimub tagasipöördumine (**backtracking**);
- reeglina annab vasakpoolse derivatsiooni.

Alt-üles parsimine (bottom-up parsing)

- alustab süntaksipuu ehitamist lehtedest ning kasvatab seda juure suunas;
- rakendab sobivaid reegleid paremalt vasakule kuni jõuab algsümbolini;
- reeglina annab parempoolse derivatsiooni.

Ülalt-alla parsimine

Ülalt-alla parsimise üldine algoritm:

- konstrueerime juurtipu, märgendame selle algsümboliga ja jätkame puu konstrueerimist lehteded suunas sügavuti vasakult paremale;
- kui vaatluse all olev tipp on mitteterminaal A , siis valime mingi produktsioonireegli kujul $A \rightarrow \alpha$, konstrueerime reegli paremale poolele vastavad tipud, ning jätkame vasakpoolseima alamtipuga;
- kui tipp on terminaalsümbol mis ei sobi sisendsümboliga, siis teostame tagasipöördumise produktsioonireegli valikuni mis selle tipu konstrueeris ja jätkame sealt uuesti valides teise reegli;
- kui tipp on terminaalsümbol mis sobib sisendsümboliga, siis jätkame järgmise vasakpoolseima läbivaatamata tipuga.

Ülalt-alla parsimine

Näide:

E	\rightarrow	$E + T$		\bullet	$id - num * id$
		$E - T$	$E.1$	\bullet	$id - num * id$
		T	$E.3$	\bullet	$id - num * id$
T	\rightarrow	$T * F$	$T.3$	\bullet	$id - num * id$
		T / F	$F.2$	\bullet	$id - num * id$
		F		$id \bullet$	$- num * id$
F	\rightarrow	(E)		$id - \bullet$	$num * id$
		id	$T.1$	$id - \bullet$	$num * id$
			$T.3$	$id - \bullet$	$num * id$
		num	$F.3$	$id - \bullet$	$num * id$
				$id - num \bullet$	$* id$
				$id - num * \bullet$	id
			$F.2$	$id - num * \bullet$	id
				$id - num * id \bullet$	

Ülalt-alla parsimine

Näide:

E	\rightarrow	$E + T$	\bullet	$id - num * id$	
		$E - T$	$E.1$	\bullet	$id - num * id$
		T	$E.3$	\bullet	$id - num * id$
T	\rightarrow	$T * F$	$T.3$	\bullet	$id - num * id$
		T / F	$F.2$	\bullet	$id - num * id$
		F		$id \bullet - num * id$	
F	\rightarrow	(E)	$T.1$	$id - \bullet num * id$	
		id	$T.3$	$id - \bullet num * id$	
		num	$F.3$	$id - \bullet num * id$	
				$id - num \bullet * id$	
				$id - num * \bullet id$	
			$F.2$	$id - num * \bullet id$	
				$id - num * id \bullet$	

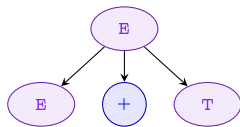


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
|
 $E - T$
|
 T
 $T \rightarrow T * F$
|
 T / F
|
 F
 $F \rightarrow (E)$
|
 id
|
 num

• $id - num * id$
 $E.1$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

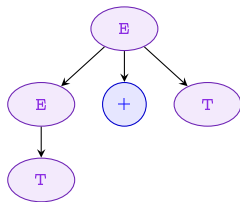


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.1$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

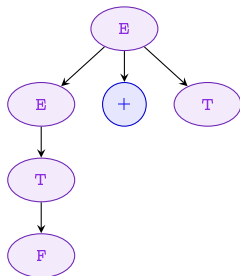


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.1$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

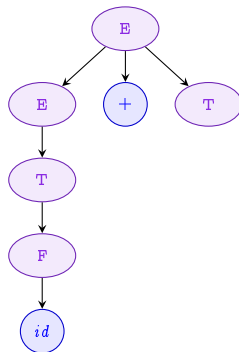


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.1$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

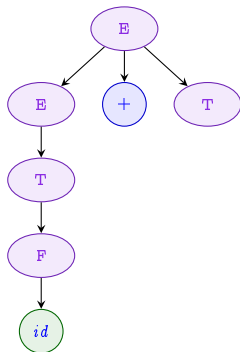


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.1$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

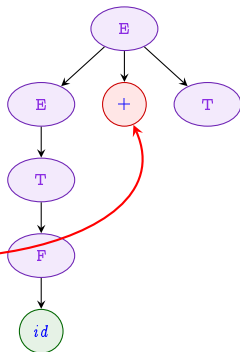


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
 $\quad | \quad E - T$
 $\quad | \quad T$
 $T \rightarrow T * F$
 $\quad | \quad T / F$
 $\quad | \quad F$
 $F \rightarrow (E)$
 $\quad | \quad id$
 $\quad | \quad num$

$\bullet id - num * id$
 $E.1 \bullet id - num * id$
 $E.3 \bullet id - num * id$
 $T.3 \bullet id - num * id$
 $F.2 \bullet id - num * id$
 $id \bullet (-) num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1 id - \bullet num * id$
 $T.3 id - \bullet num * id$
 $F.3 id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2 id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$



Ülalt-alla parsimine

Näide:

E	\rightarrow	$E + T$	\bullet	$id - num * id$	
		$E - T$	$E.1$	\bullet	$id - num * id$
		T	$E.3$	\bullet	$id - num * id$
T	\rightarrow	$T * F$	$T.3$	\bullet	$id - num * id$
		T / F	$F.2$	\bullet	$id - num * id$
		F		$id \bullet - num * id$	
F	\rightarrow	(E)	$T.1$	$id - \bullet num * id$	
		id	$T.3$	$id - \bullet num * id$	
		num	$F.3$	$id - \bullet num * id$	
				$id - num \bullet * id$	
				$id - num * \bullet id$	
			$F.2$	$id - num * \bullet id$	
				$id - num * id \bullet$	

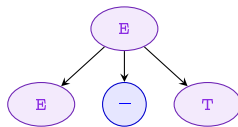


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

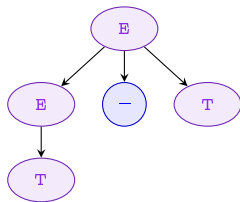


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

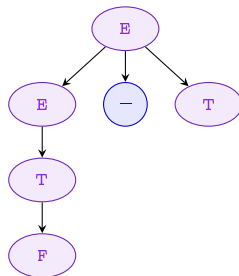


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

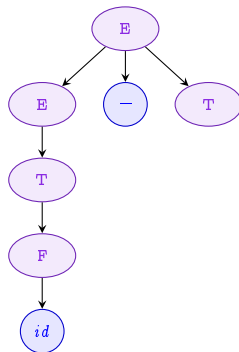


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

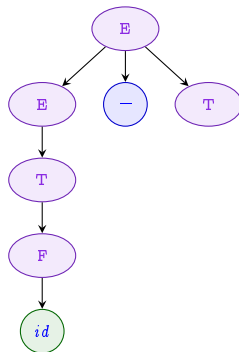


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

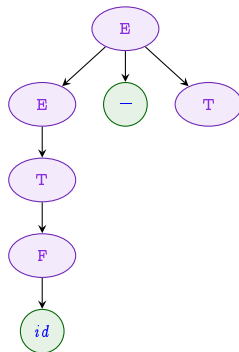


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

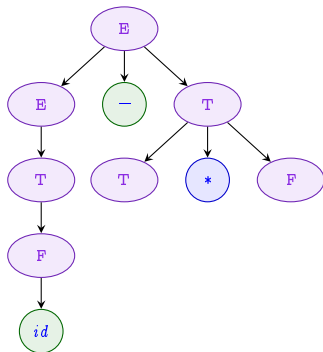


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
 $| E - T$
 $| T$
 $T \rightarrow T * F$
 $| T / F$
 $| F$
 $F \rightarrow (E)$
 $| id$
 $| num$

$\bullet id - num * id$
 $E.2 \bullet id - num * id$
 $E.3 \bullet id - num * id$
 $T.3 \bullet id - num * id$
 $F.2 \bullet id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1 id - \bullet num * id$
 $T.3 id - \bullet num * id$
 $F.3 id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2 id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

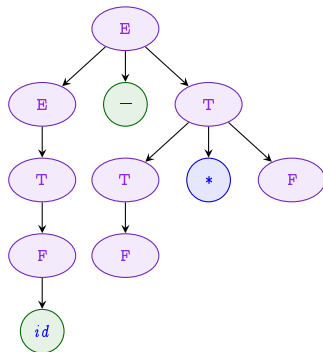


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 $id \bullet - num * id$
 $id - \bullet num * id$
 $T.1$ $id - \bullet num * id$
 $T.3$ $id - \bullet num * id$
 $F.3$ $id - \bullet num * id$
 $id - num \bullet * id$
 $id - num * \bullet id$
 $F.2$ $id - num * \bullet id$
 $id - num * id \bullet$

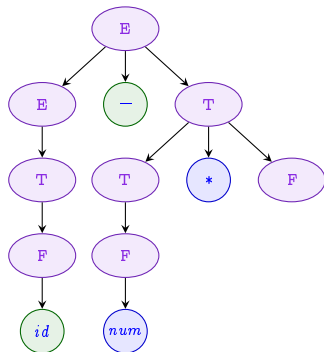


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 id • $- num * id$
 $id -$ • $num * id$
 $T.1$ $id -$ • $num * id$
 $T.3$ $id -$ • $num * id$
 $F.3$ $id -$ • $num * id$
 $id - num$ • $* id$
 $id - num *$ • id
 $F.2$ $id - num *$ • id
 $id - num * id$ •

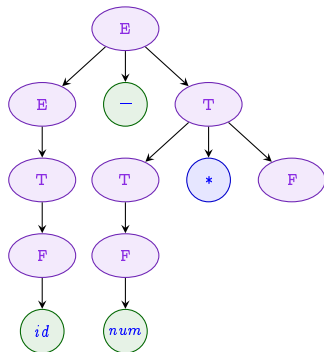


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 id • $- num * id$
 $id -$ • $num * id$
 $T.1$ $id -$ • $num * id$
 $T.3$ $id -$ • $num * id$
 $F.3$ $id -$ • $num * id$
 $id - num$ • $* id$
 $id - num *$ • id
 $F.2$ $id - num *$ • id
 $id - num * id$ •

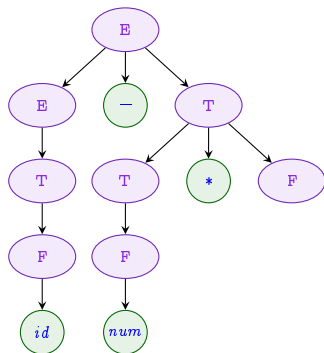


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 id • $- num * id$
 $id -$ • $num * id$
 $T.1$ $id -$ • $num * id$
 $T.3$ $id -$ • $num * id$
 $F.3$ $id -$ • $num * id$
 $id - num$ • $* id$
 $id - num *$ • id
 $F.2$ $id - num *$ • id
 $id - num * id$ •

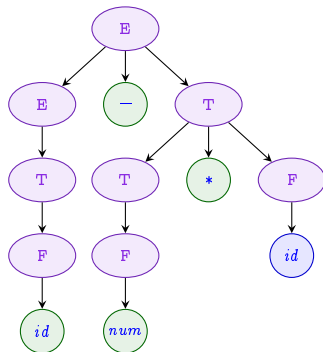


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 id • $- num * id$
 $id -$ • $num * id$
 $T.1$ $id -$ • $num * id$
 $T.3$ $id -$ • $num * id$
 $F.3$ $id -$ • $num * id$
 $id - num$ • $* id$
 $id - num *$ • id
 $F.2$ $id - num *$ • id
 $id - num * id$ •

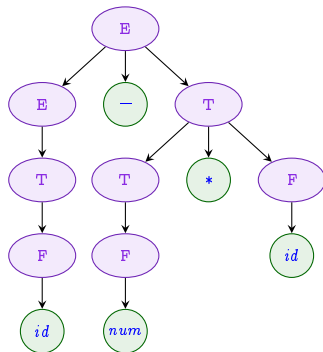


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$E \rightarrow E + T$
| $E - T$
| T
 $T \rightarrow T * F$
| T / F
| F
 $F \rightarrow (E)$
| id
| num

• $id - num * id$
 $E.2$ • $id - num * id$
 $E.3$ • $id - num * id$
 $T.3$ • $id - num * id$
 $F.2$ • $id - num * id$
 id • $- num * id$
 $id -$ • $num * id$
 $T.1$ $id -$ • $num * id$
 $T.3$ $id -$ • $num * id$
 $F.3$ $id -$ • $num * id$
 $id - num$ • $* id$
 $id - num *$ • id
 $F.2$ $id - num *$ • id
 $id - num * id$ •



Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine **mittetermineeruda**.

• *id - num * id*
E.2 • *id - num * id*
E.2 • *id - num * id*
E.2 • *id - num * id*

...

Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine **mittetermineeruda**.

E

- $id - num * id$

E.2 • $id - num * id$

E.2 • $id - num * id$

E.2 • $id - num * id$

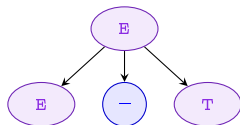
...

Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine **mittetermineeruda**.

- $id - num * id$
- E.2* ● $id - num * id$
- E.2* ● $id - num * id$
- E.2* ● $id - num * id$

...

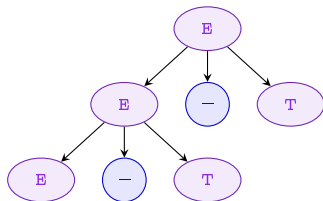


Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine **mittetermineeruda**.

- $id - num * id$
- E.2* • $id - num * id$
- E.2* • $id - num * id$
- E.2* • $id - num * id$

...

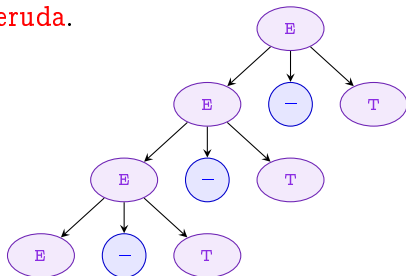


Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine **mittetermineeruda**.

- $id - num * id$
- E.2* • $id - num * id$
- E.2* • $id - num * id$
- E.2* • $id - num * id$

...

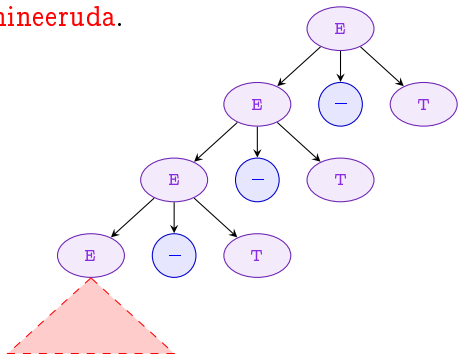


Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine **mittetermineeruda**.

- $id - num * id$
- $E.2$ • $id - num * id$
- $E.2$ • $id - num * id$
- $E.2$ • $id - num * id$

...



Vasakrekursioon

- Grammatika on **vasakrekursiivne**, kui leidub mitteterminal $A \in N$ selline, et

$$A \Longrightarrow^+ A\alpha,$$

kus $\alpha \in V^*$.

- Vasakrekursioon on **vahetu**, kui leidub reegel kujul $A \rightarrow A\alpha$.
- Vastasel korral on vasakrekursioon **kaudne**.

Vasakrekursiooni elimineerimine

Vahetu vasakrekursiooni eemaldamine:

- Toome sisse uue mitteterminali ning asendame vasakrekursiooni paremrekursiooniga

$$A \rightarrow A \alpha \mid \beta \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow \beta A' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

- Üldjuhul

$$A \rightarrow A \alpha_1 \mid A \alpha_2 \mid \dots \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots$$
$$\longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow \beta_1 A' \mid \beta_2 A' \mid \dots \\ A' \rightarrow \alpha_1 A' \mid \alpha_2 A' \mid \dots \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} E \rightarrow E + T \\ \quad | \quad E - T \\ \quad | \quad T \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \rightarrow T E' \\ E' \rightarrow + T E' \\ \quad | \quad - T E' \\ \quad | \quad \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} T \rightarrow T * F \\ \quad | \quad T / F \\ \quad | \quad F \end{array}$$



$$\begin{array}{l} T \rightarrow F T' \\ T' \rightarrow * F T' \\ \quad | \quad / F T' \\ \quad | \quad \varepsilon \end{array}$$

- Uus grammatika genereerib sama keele, kuid on natuke vähem intuiitivne.
- Mõlemates grammatikates on operaatorid vasakassotsiatiivsed.

Vasakrekursiooni elimineerimine

Kaudse vasakrekursiooni eemaldamine:

- Näide:

$$\begin{aligned}A_1 &\rightarrow A_2 \alpha \mid \beta \\A_2 &\rightarrow A_1 \gamma \mid A_2 \delta\end{aligned}$$

- Teisendame kaudse vasakrekursiooni vahetuks.
- Asendame mitteterminali A_2 reeglite paremates pooltes kõik A_1 esinemised tema definitsiooniga:

$$\begin{aligned}A_1 &\rightarrow A_2 \alpha \mid \beta \\A_2 &\rightarrow A_2 \alpha \gamma \mid \beta \gamma \mid A_2 \delta\end{aligned}$$

- Eemaldame vahetu vasakrekursiooni:

$$\begin{aligned}A_1 &\rightarrow A_2 \alpha \mid \beta \\A_2 &\rightarrow \beta \gamma A'_2 \\A'_2 &\rightarrow \alpha \gamma A'_2 \mid \delta A'_2 \mid \varepsilon\end{aligned}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Üldine algoritm kaudse vasakrekursiooni eemaldamiseks:

Järjestame mitteterminaalid mingisse järjekorda A_1, \dots, A_n

for $i \leftarrow 1$ **to** n

for $j \leftarrow 1$ **to** $i - 1$

 Asendame iga produktsiooni kujul $A_i \rightarrow A_j \alpha$

 produktsioonidega $A_i \rightarrow \beta_1 \alpha \mid \beta_2 \alpha \mid \dots \mid \beta_k \alpha$,

 kus $A_j \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_k$ on kõik A_j produktsioonid

 Eemaldame vahetu vasakrekursiooni mitteterminali A_i
 produktsioonidest

NB! Eeldab, et algses grammatikas pole ei ε -produktsioone, ega tsükleid (so. $A_i \implies^+ A_i$).

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A \alpha \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \end{array}$$



$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha A' \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$



$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha A' \\ B \rightarrow C \alpha A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$



$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha A' \\ B \rightarrow C \alpha A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow C \alpha A' \beta \delta \mid \gamma \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$



$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha A' \\ B \rightarrow C \alpha A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow \gamma \delta C' \mid \varphi C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta C' \mid \varepsilon \end{array}$$



$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha A' \\ C \rightarrow \gamma \delta C' \mid \varphi C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta C' \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A \alpha \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha \mid A' \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \longrightarrow \\ A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha \mid A' \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \delta \mid \gamma \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha \mid A' \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \longrightarrow \\ A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha \mid A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha \mid A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha \mid A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha \mid A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A \alpha \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \delta \mid \gamma \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A \alpha \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \delta \mid \gamma \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A \alpha \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \delta \mid \gamma \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A \alpha \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow A \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow B \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \delta \mid \gamma \delta \mid \varphi \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ B \rightarrow C \alpha \mid A' \beta \mid \gamma \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} A \rightarrow C \alpha \mid A' \\ C \rightarrow \gamma \delta \mid C' \mid \varphi \mid C' \\ A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon \\ C' \rightarrow \alpha A' \beta \delta \mid C' \mid \varepsilon \end{array}$$