Sissejuhatus teoreetilisse informaatikasse

Kevad 2022

10. Turingi masinate variandid

Pea paigalejäämise võimalus

Mis juhtub, kui asendame Turingi masina definitsioonis üleminekufunktsiooni $\delta\colon Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{\mathsf{L}, \mathsf{R}\}$ üleminekufunktsiooniga kujul $\delta\colon Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{\mathsf{L}, \mathsf{R}, \mathsf{S}\}$, kus S tähendab, et pea jääb paigale? Sellisel masinal on igal sammul pea liikumiseks rohkem võimalusi: vasakule, paremale või mitte üldse liikuda. Kas niisugune üldistamine võimaldab Turingi masinatel ära tunda rohkem keeli?

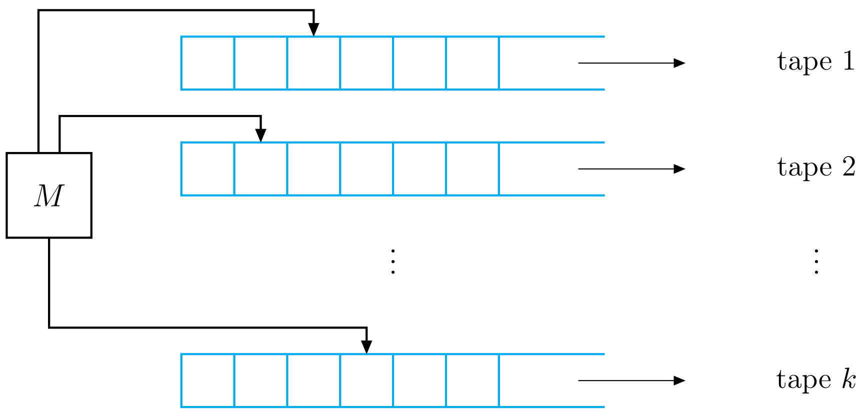
Vastus on ei. Me saame iga Turingi masina, milles pea võib jääda paigale, teisendada seniseks mudeliks, kus lubatud on ainult liikumised vasakule ja paremale. Selleks asendame iga käsu, kus antakse korraldus pea paigale jätta, kahe käsuga, millest esimene nihutab pea paremale ja suunab masina teatavasse uude olekusse ning teine nihutab pea tagasi vasakule ja saadab masina olekusse, kuhu ta esialgse käsu toimel pidi minema.

Mitme lindiga Turingi masin

Turingi masinal võib olla mitu lugemiseks ja kirjutamiseks mõeldud linti ning vastavalt mitu pead. Sellise Turingi masina üleminekufunktsioon on

$$\delta\colon Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{\mathsf{L}, \mathsf{R}, \mathsf{S}\}^k,$$

kus k on lintide arv. Seos $\delta(q_i, a_1, \ldots, a_k) = (q_j, b_1, \ldots, b_k, \mathsf{L}, \mathsf{R}, \ldots, \mathsf{L})$ tähendab, et kui masin on olekus q_i ja pead $1, \ldots, k$ loevad vastavatelt lintidelt sümbolid $a_1, \ldots, a_k$, siis siirdub masin olekusse q_j, pead kirjutavad lintidele $1, \ldots, k$ vastavalt sümbolid $b_1, \ldots, b_k$ ning iga pea teeb seejärel sõltumata ülejäänutest sammu vasakule või paremale.



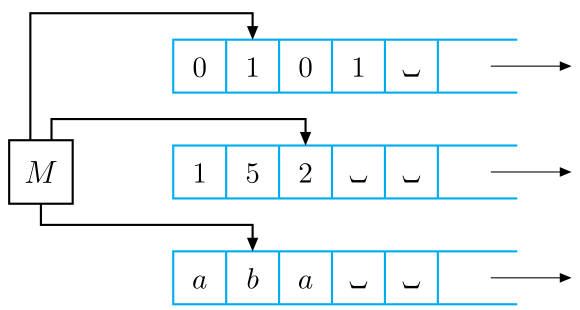
Sisendsõne antakse mitme lindiga Turingi masinale ette esimesel lindil, ülejäänud lindid on töö alguses tühjad.

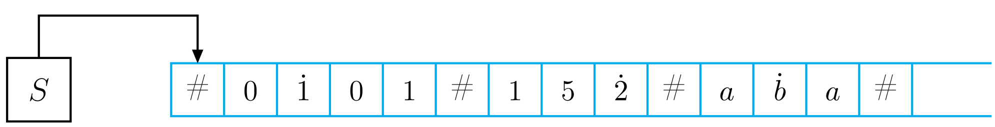
Kas mitme lindiga Turingi masin on võimsam kui ühe lindiga Turingi masin selles mõttes, et võimaldab ära tunda rohkem keeli? Vastus on jällegi ei, nagu näitab järgmine teoreem.

Theorem. *Iga mitme lindiga Turingi masin on ekvivalentne mingi ühe lindiga Turingi masinaga.*

Tõestus. Olgu antud mitme lindiga Turingi masin M. Teisendame selle masina ekvivalentseks ühe lindiga Turingi masinaks S.

Kui masinal M on k linti, siis S esitab nende k lindi sisud ühel lindil, eraldades eri lintide sisusid sümbolitega $\#$. Lisaks peab masin S järge kõikide peade asendite üle, kirjutades lindile vajalikesse kohtadesse sümbolid punktidega. Kõikide masina M sümbolite punktiga variandid ning eraldajasümbol $\#$ lisatakse masina S tähestikku juurde.





Sisendsõne $w = w_1 w_2 \dots w_n$ puhul teeb masin S järgmist.

1. Kõigepealt viib S oma lindi kujule, kus on esindatud kõik k masina M linti:
$$\#\dot{w}_1 w_2 \dots w_n \# \dot{\sqcup} \# \dot{\sqcup} \# \dots \#$$

2. Ühe masina M sammu jäljendamiseks vaatab S läbi kogu lindi alates esimesest $\#$-st kuni viimase, $(k+1)$-se $\#$-ni, teeb kindlaks sümbolid, mis asuvad „virtuaalsete peade“ all, ja läheb masina M olekule ja leitud sümbolikombinatsioonile vastavasse olekusse. Seejärel läbib S lindi teist korda ning uuendab osalintide sisu selliselt, nagu seda teeks masin M.

3. Kui mingil hetkel nihutab S mõnda „virtuaalset pead“ paremale sümboli $\#$ peale, siis see tähendab, et M liigutas vastavat pead varem lugemata tühiku peale. Siis kirjutab S lindile sinna lahtrisse tühiku ja nihutab kogu lindi sisu sellest kohast kuni viimase $\#$-ni ühe lahtri võrra paremale. Seejärel jätkab tegevust nii nagu enne.

Masin S jäljendab masina M tööd sammukaupa: pärast iga sammu on masina S lindil seis, mis vastab üksüheselt masina M lintide sisudele ja peade asenditele samal sammul. Seega lõpetab masin S sisendsõnel töö alati samasuguse tulemusega nagu masin M. $\square$