

Eksam

10. juuni 2019

Üliõpilase nimi: _____

Matriklinumber: _____

1. Selles eksamitöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 110 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane). Lahenduses esita kõik olulised sammud.
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Eksam kestab 2 tundi.
7. Palju edu!

1. ülesanne	
2. ülesanne	
3. ülesanne	
4. ülesanne	
Kokku	

1. ülesanne (25 punkti).

Valime mingi keele $\mathcal{L} \in \mathcal{P}$, mis on määratud tähestikus $\Sigma = \{0, 1\}$. Leia iga järgmise keele puhul, kas keel kuulub klassi \mathcal{P} või mitte (põhjenda vastuseid):

(a)

$$\mathcal{L}_1 = \left\{ (w_n, w_{n-1}, \dots, w_2, w_1) : (w_1, w_2, \dots, w_{n-1}, w_n) \in \mathcal{L}, n \in \mathbb{N} \right\};$$

(b)

$$\mathcal{L}_2 = \left\{ (w_1, w_2, \dots, w_{n-1}) : (w_1, w_2, \dots, w_{n-1}, w_n) \in \mathcal{L}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Üliõpilase nimi: _____

Üliõpilase nimi: _____

2. ülesanne (30 punkti).

Olgu $\Sigma = \{0,1\}$. Defineerime keele \mathcal{L}_∞ tähestikus Σ :

$$\mathcal{L}_\infty = \{ \langle \mathcal{A} \rangle \mid \mathcal{A} \text{ on deterministlik lõplik automaat ja } \mathcal{L}(\mathcal{A}) \text{ sisaldab lõpmata palju sõnesid} \} .$$

Tõesta, et \mathcal{L}_∞ on lahenduv keel.

Üliõpilase nimi: _____

3. ülesanne (25 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_H = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin, mis peatub kõigil sisenditel} \} .$$

Tõesta, et \mathcal{L}_H on mittelahenduv keel.

Juhis: võid näiteks kasutada taandamist keelelt PEATUB (ingl HALT),

$$\text{PEATUB} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{M} \text{ peatub sisendil } w \} .$$

Üliõpilase nimi: _____

4. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele KEHT-TÕENE-JA-VÄÄR:

KEHT-TÕENE-JA-VÄÄR = $\{\langle \phi \rangle \mid \phi \text{ on KNK-valem, millel leidub kehtestav väärtustus, kus vähemalt 30\% muutujatest on tõeväärtusega TÕENE ja vähemalt 30\% muutujatest on tõeväärtusega VÄÄR}\}$.

Selles ülesanded näitad, et KEHT-TÕENE-JA-VÄÄR on \mathcal{NP} -täielik.

- (a) Tõesta, et KEHT-TÕENE-JA-VÄÄR $\in \mathcal{NP}$.
- (b) Tõesta, et KEHT-TÕENE-JA-VÄÄR $\in \mathcal{NP}$ -raske.

Juhis: võid kasutada polünoomiaalset taandamist keelelt KEHT (ingl SAT) keelele KEHT-TÕENE-JA-VÄÄR. Ära unusta näidata, et reduktsioon on korrektne ja polünoomiaalne.

