

**Eksam**

4. juuni 2019

Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_

Matriklinumber: \_\_\_\_\_

1. Selles eksamitöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 110 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane). Lahenduses esita kõik olulised sammud.
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Eksam kestab 2 tundi.
7. Palju edu!

1. ülesanne	
2. ülesanne	
3. ülesanne	
4. ülesanne	
<b>Kokku</b>	

1. ülesanne (20 punkti).

Valime mingi keele  $\mathcal{L} \in \mathcal{P}$ , mis on määratud tähestikus  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Leia iga järgmise keele puhul, kas keel kuulub klassi  $\mathcal{P}$  või mitte (põhjenda vastuseid):

(a)

$$\mathcal{L}_1 = \left\{ w \underbrace{000 \cdots 0}_{25} : w \in \mathcal{L} \right\};$$

(b)

$$\mathcal{L}_2 = \left\{ \underbrace{ww \cdots w}_n : w \in \mathcal{L}, |w| = n \right\}.$$

Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_



Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_

**2. ülesanne** (30 punkti).

Olgu  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Defineerime keele  $\mathcal{L}_a$  tähestikus  $\Sigma$ :

$$\mathcal{L}_a = \{ \langle \mathcal{A} \rangle \mid \mathcal{A} \text{ on deterministlik lõplik automaat} \\ \text{ja sümbolit „a“ sisaldavate sõnede arv keeles } \mathcal{L}(\mathcal{A}) \text{ on } 17 \} .$$

Tõesta, et  $\mathcal{L}_a$  on lahenduv keel.



Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_

**3. ülesanne** (30 punkti).

Defineerime keele  $\mathcal{L}_\Sigma$  tähestikus  $\Sigma = \{0, 1\}$ :

$$\mathcal{L}_\Sigma = \{ \langle \mathcal{A} \rangle \mid \mathcal{A} \text{ on deterministlik lõplik automaat ja } \mathcal{L}(\mathcal{A}) = \Sigma^* \} .$$

Tõesta, et  $\mathcal{L}_\Sigma \in \mathcal{P}$ .





Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_

4. ülesanne (30 punkti).

**Definitsioon:** vaatleme lõplikku suunamata graafi  $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ . Graafi  $\mathcal{G}$  nimetatakse *puna-siniseks graafiks*, kui igal tipul  $v \in \mathcal{V}$  on värv: kas punane või sinine.

Defineerime keele  $(r, b)$ -VÄRVIKLIKID:

$$(r, b)\text{-VÄRVIKLIKID} = \left\{ \langle \mathcal{G}, r, b \rangle \mid \mathcal{G} \text{ on puna-sinine graaf,} \right. \\ \left. \text{milles leidub punaste tippude klikk suurusega } r \text{ ja siniste tippude klikk suurusega } b \right\}.$$

Selles ülesanded näitad, et  $(r, b)$ -VÄRVIKLIKID on  $\mathcal{NP}$ -täielik.

- (a) Tõesta, et  $(r, b)$ -VÄRVIKLIKID  $\in \mathcal{NP}$ .
- (b) Tõesta, et  $(r, b)$ -VÄRVIKLIKID on  $\mathcal{NP}$ -raske.

**Juhis:** võid kasutada polünoomiaalset taandamist keelelt KLIKK (ingl CLIQUE) keelele  $(r, b)$ -VÄRVIKLIKID. Ära unusta näidata, et reduktsioon on korrektne ja polünoomiaalne.

