MTAT.05.125: Sissejuhatus teoreetilisse informaatikasse **Tartu Ülikool**

Eksam

Juhendajad: Vitaly Skachek, Reimo Palm 21. detsember 2017

Üliõpilase nimi: ______________________________

Matriklinumber: ______________________________

1. Selles eksamitöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 110 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane).
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Eksam kestab 2 tundi.
7. Palju edu!

1. ülesanne	
2. ülesanne	
3. ülesanne	
4. ülesanne	
Kokku	

1. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_{\text{diff}} = \big\{ \langle A, B \rangle \mid A \text{ ja } B \text{ on deterministlikud lõplikud automaadid} \\ \text{ning } \mathcal{L}(A) \setminus \mathcal{L}(B) = \{0^m 1^n \mid m, n \geq 0\} \big\} \ .$$

Näita, et $\mathcal{L}_{\text{diff}}$ on lahenduv keel.

Juhis: võid kasutada fakti, et $\mathcal{L}_{\text{DLAVÕRD}}$ (ingl $\mathcal{L}_{\text{DFA-EQ}}$) on lahenduv keel (näidatud tunnis), kus

$$\mathcal{L}_{\text{DLAVÕRD}} = \{ \langle A, B \rangle \mid A \text{ ja } B \text{ on deterministlikud lõplikud automaadid ning } \mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(B) \} \ .$$

2. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_\infty = \{\langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{L}(\mathcal{M}) \text{ on lõpmatu võimsusega}\} \ .$$

Näita, et $\mathcal{L}_\infty$ on mittelahenduv keel.

<u>**Juhis:**</u> näiteks võid kasutada taandamist keelelt $\mathcal{L}_{\mathrm{TM}}$,

$$\mathcal{L}_{\mathrm{TM}} = \{\langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{M} \text{ aktsepteerib sisendsõnet } w\} \ .$$

3. ülesanne (20 punkti).

Defineerime keele $\mathsf{KEHT\text{-}1000\text{-}LITERAALI}$:

$$\mathsf{KEHT\text{-}1000\text{-}LITERAALI} = \Big\{ \langle \phi \rangle \mid \ \phi \text{ on kehtestatav KNK-valem,} \\ \text{milles esineb kuni 1000 erinevat literaali} \Big\} .$$

Kas $\mathsf{KEHT\text{-}1000\text{-}LITERAALI} \in \mathcal{P}$? Põhjenda vastust.

4. ülesanne (30 punkti).

Definitsioon: suunamata lõpliku graafi $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ tippude r-*värvimine* on selline funktsioon $c : \mathcal{V} \to \{1, 2, \ldots, r\}$ (mis omistab hulga $\mathcal{V}$ tippudele „värvid“ 1, 2, …, r), et iga kahe naabertipu u, $v \in \mathcal{V}$ puhul kehtib $c(u) \neq c(v)$.

Defineerime keele r-VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA:

$$r\text{-VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA} = \Big\{ \langle \mathcal{G}, r, n_1, n_2, \ldots, n_r \rangle \mid \mathcal{G} \text{ on suunamata graaf, millel leidub } r\text{-värvimine, kus iga } i = 1,\ 2,\ \ldots,\ r \text{ puhul on värvi } i \text{ värvitud } n_i \text{ tippu} \Big\} .$$

Selles ülesandes näitad, et r-VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA on $\mathcal{NP}$-täielik.

(a) Tõesta, et r-VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA $\in \mathcal{NP}$.

(b) Tõesta, et r-VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA on $\mathcal{NP}$-raske.

Juhis: võid kasutada polünomiaalset taandamist keelelt TIPUKATE (ingl VERTEX-COVER) keelele r-VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA. Ära unusta näidata, et reduktsioon on korrektne ja polünomiaalne.