

## Eksam

Juhendajad: Vitaly Skachek, Yauhen Yakimenka, Reimo Palm

17. detsember 2015

---

Üliõpilase nimi: \_\_\_\_\_

Matriklinumber: \_\_\_\_\_

1. Selles eksamitöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 120 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane).
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Eksam kestab 2 tundi.
7. Palju edu!

1. ülesanne	
2. ülesanne	
3. ülesanne	
4. ülesanne	
<b>Kokku</b>	

**1. ülesanne** (20 punkti).

Millised järgmistest võrdustest on tõesed või väärad? Põhjenda vastuseid.

(a)  $n = o(2n + 3)$ ;

(b)  $3n^2 = O(n^3)$ ;

(c)  $n + \log_2 n = O(\log n)$ .



2. ülesanne (35 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}^* = \left\{ \langle A \rangle \mid A \text{ on determineeritud lõplik automaat, mis} \right. \\ \left. \text{ei aktsepteeri ühtegi sõnet kujul } 0\underbrace{11 \cdots 1}_n 0, \text{ kus } n \geq 2 \right\}.$$

Näita, et  $\mathcal{L}^*$  on lahenduv keel.

**Juhis:** üks võimalik viis seda ülesannet lahendada on kasutada fakti, et  $\mathcal{L}_\emptyset$  on lahenduv keel (näidatud loengus), kus

$$\mathcal{L}_\emptyset = \{ \langle A \rangle \mid A \text{ on determineeritud lõplik automaat ja } L(A) = \emptyset \}.$$

Vaatleme determineeritud lõplikku automaati  $B$ , mis aktsepteerib kõiki sõnesid kujul  $0\underbrace{11 \cdots 1}_n 0$ , kus  $n \geq 2$ . Miks selline  $B$  on olemas? Konstrueeri uus automaat, mis kasutab automaati  $B$ .



3. ülesanne (25 punkti).

**Definitsioon:** *viisnurk* on suunamata graaf  $\mathcal{H}$ , millel on viis tippu  $v_1, v_2, v_3, v_4$  ja  $v_5$ , kusjuures neli serva, mis ühendavad tippu  $v_i$  tipuga  $v_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , ning serv, mis ühendab tippu  $v_1$  tipuga  $v_5$ , kuuluvad kõik graafi  $\mathcal{H}$ . (Teiste sõnadega, viisnurk on lihtsükkel pikkusega viis.)

Defineerime keele VIISNURK:

$$\text{VIISNURK} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ on suunamata graaf, mis sisaldab viisnurka} \} .$$

Kas  $\text{VIISNURK} \in \mathcal{P}$ ? Põhjenda vastust.



4. ülesanne (40 punkti).

Defineerime keele KEHT-7-DISJUNKTI:

$\text{KEHT-7-DISJUNKTI} = \{\langle \phi \rangle \mid \phi \text{ on kehtestatav KNK-valem, kus iga muutuja esineb ülimalt 7 disjunktis}\} .$

Selles küsimuses näitad, et  $\text{KEHT-7-DISJUNKTI} \in \mathcal{NP}$ -täielik.

- (a) Tõesta, et  $\text{KEHT-7-DISJUNKTI} \in \mathcal{NP}$ .
- (b) Tõesta, et  $\text{KEHT-7-DISJUNKTI} \in \mathcal{NP}$ -raske.

**Juhis:** võid keele KEHT (st keele SAT) polünoomiaalselt taandada keelele KEHT-7-DISJUNKTI. Reduktsioon  $f$  konstrueerib antud KNK-valemist  $\phi$  uue KNK-valemi  $f(\phi)$ , kus iga lausemuutuja esineb ülimalt 7 disjunktis. Ära unusta näidata, et reduktsioon on korrektne ja polünoomiaalne.





