

Eksam

Juhendajad: Vitaly Skachek, Reimo Palm

21. detsember 2017

Üliõpilase nimi: _____

Matriklinumber: _____

1. Selles eksamitöös on 10 lehekülge. Kontrolli, et ükski lehekülg ei puudu.
2. Koguda võib kuni 110 punkti. Püüa koguda nii palju punkte kui võimalik.
3. Kõik vastused anna koos põhjenduste ja tõestustega (kus kohane).
4. Lahenduses võib ilma tõestuseta kasutada kõiki fakte ja tulemusi, mis tõestati või sõnastati tunnis. Sellised tulemused tuleb korrektselt formuleerida.
5. Kõik prinditud ja kirjalikud materjalid on lubatud. Elektroonilised seadmed ei ole lubatud.
6. Eksam kestab 2 tundi.
7. Palju edu!

| | |
|--------------|--|
| 1. ülesanne | |
| 2. ülesanne | |
| 3. ülesanne | |
| 4. ülesanne | |
| Kokku | |

1. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_{\text{diff}} = \{ \langle A, B \rangle \mid A \text{ ja } B \text{ on deterministlikud lõplikud automaadid} \\ \text{ning } \mathcal{L}(A) \setminus \mathcal{L}(B) = \{0^m 1^n \mid m, n \geq 0\} \} .$$

Näita, et $\mathcal{L}_{\text{diff}}$ on lahenduv keel.

Juhis: võid kasutada fakti, et $\mathcal{L}_{\text{DLAVÕRD}}$ (ingl $\mathcal{L}_{\text{DFA-EQ}}$) on lahenduv keel (näidatud tunnis), kus

$$\mathcal{L}_{\text{DLAVÕRD}} = \{ \langle A, B \rangle \mid A \text{ ja } B \text{ on deterministlikud lõplikud automaadid ning } \mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(B) \} .$$

2. ülesanne (30 punkti).

Defineerime keele

$$\mathcal{L}_\infty = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{L}(\mathcal{M}) \text{ on lõpmatu võimsusega} \} .$$

Näita, et \mathcal{L}_∞ on mittelahenduv keel.

Juhis: näiteks võid kasutada taandamist keelelt \mathcal{L}_{TM} ,

$$\mathcal{L}_{\text{TM}} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ on Turingi masin ja } \mathcal{M} \text{ aktsepteerib sisendsõnet } w \} .$$

3. ülesanne (20 punkti).

Defineerime keele KEHT-1000-LITERAALI:

$$\text{KEHT-1000-LITERAALI} = \left\{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ on kehtestatav KNK-valem,} \right. \\ \left. \text{milles esineb kuni 1000 erinevat literaali} \right\}.$$

Kas KEHT-1000-LITERAALI $\in \mathcal{P}$? Põhjenda vastust.

4. ülesanne (30 punkti).

Definitsioon: suunamata lõpliku graafi $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ tippude r -värvimine on selline funktsioon $c : \mathcal{V} \rightarrow \{1, 2, \dots, r\}$ (mis omistab hulga \mathcal{V} tippudele „värvid“ $1, 2, \dots, r$), et iga kahe naabertipu $u, v \in \mathcal{V}$ puhul kehtib $c(u) \neq c(v)$.

Defineerime keele r -VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA:

r -VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA = $\left\{ \langle \mathcal{G}, r, n_1, n_2, \dots, n_r \rangle \mid \mathcal{G} \text{ on suunamata graaf,} \right.$
millel leidub r -värvimine, kus iga $i = 1, 2, \dots, r$ puhul on värvi i värvitud n_i tippu $\left. \right\}$.

Selles ülesandes näitad, et r -VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA on \mathcal{NP} -täielik.

- (a) Tõesta, et r -VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA $\in \mathcal{NP}$.
- (b) Tõesta, et r -VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA on \mathcal{NP} -raske.

Juhis: võid kasutada polünoomiaalset taandamist keelelt TIPUKATE (ingl VERTEX-COVER) keelele r -VÄRVIMINE-PARAMEETRITEGA. Ära unusta näidata, et reduktsioon on korrektne ja polünoomiaalne.

