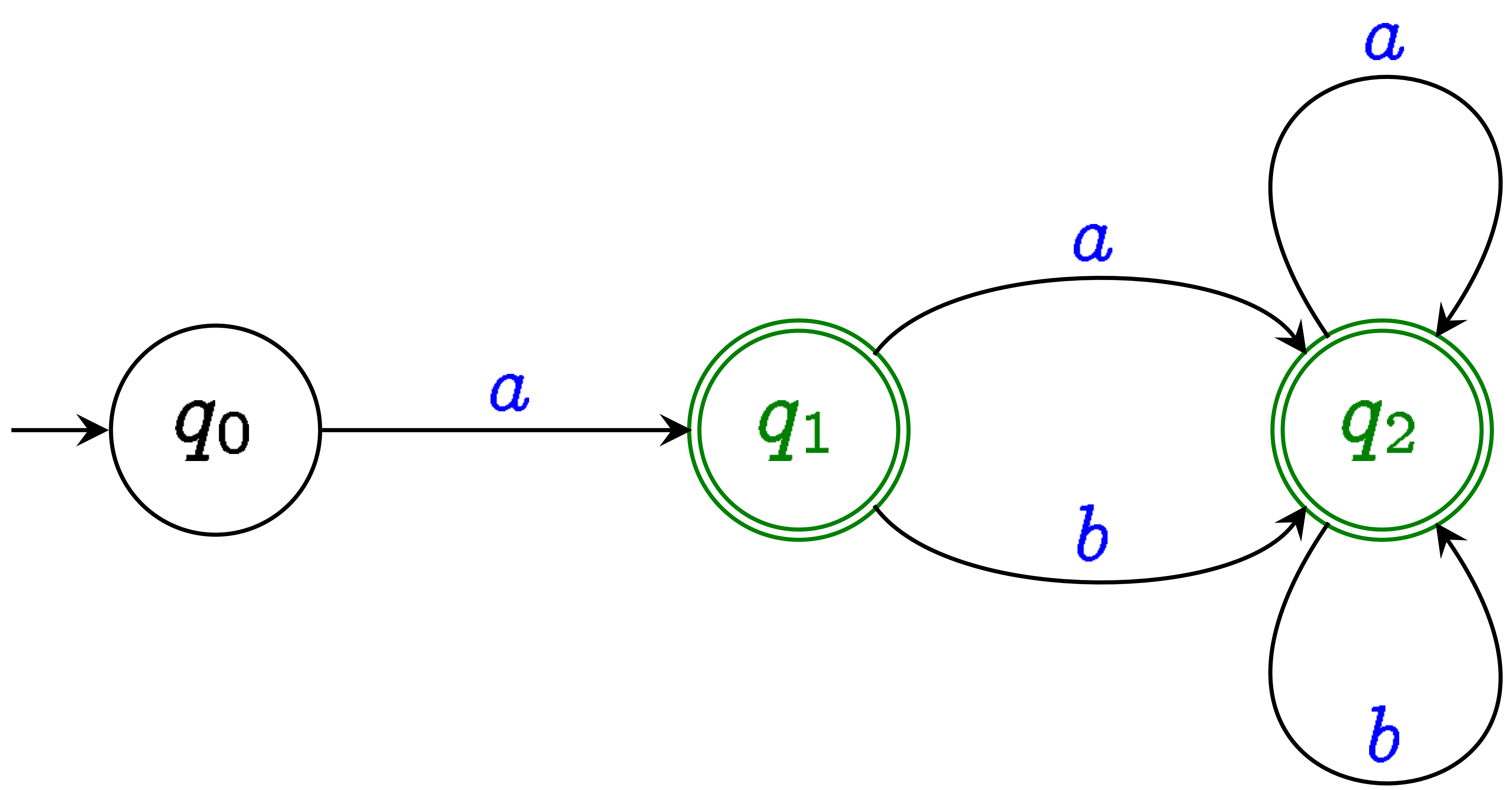
Leksiline analüüs

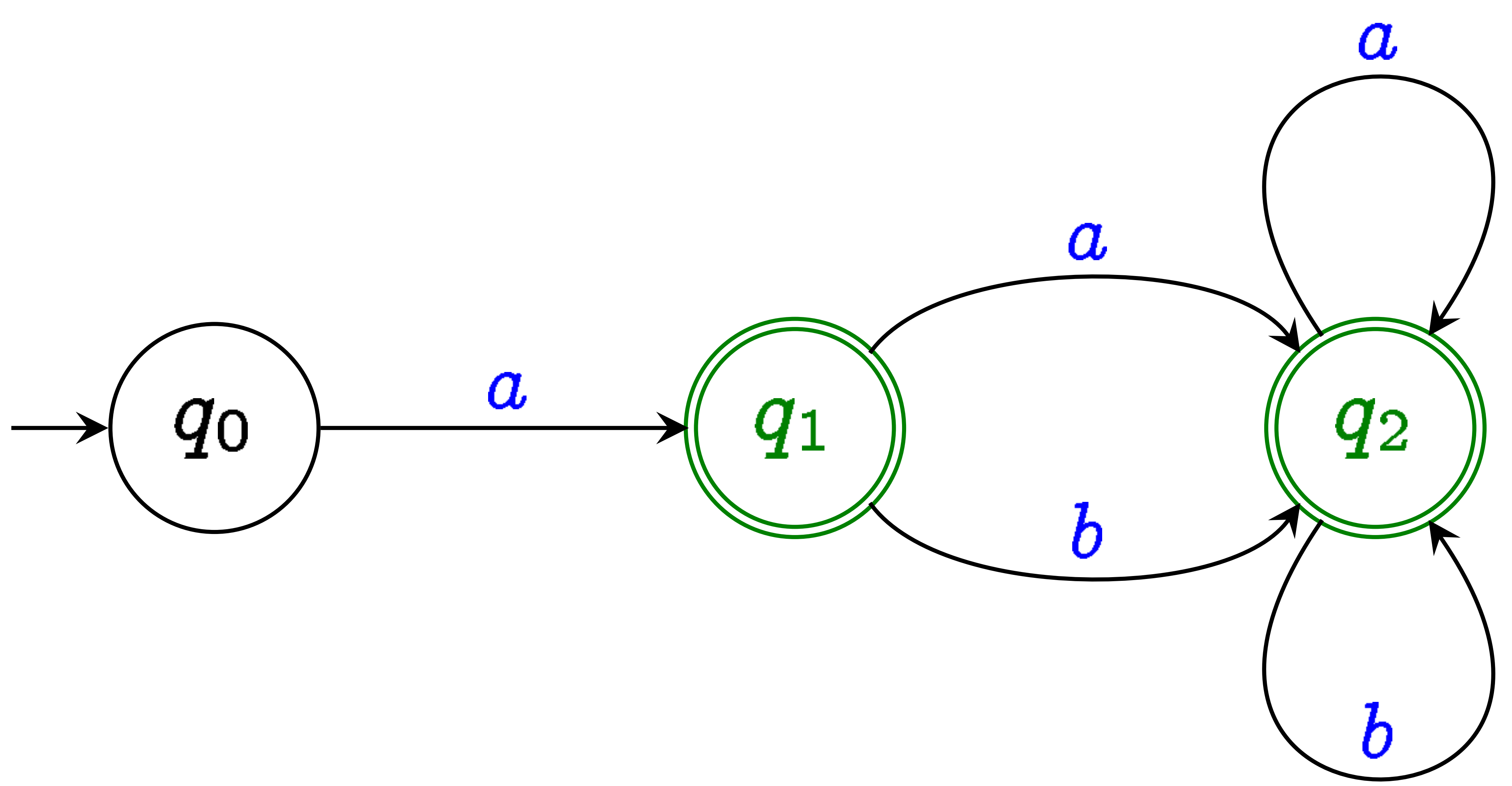
Determineeritud automaadi minimeerimine



Olekud on **ekvivalentsed** ehk eristamatud, kui iga sõna korral automaat, alustades neist olekutest, mõlemal juhul kas õnnestub või ebaõnnestub.

Automaatide minimeerimine

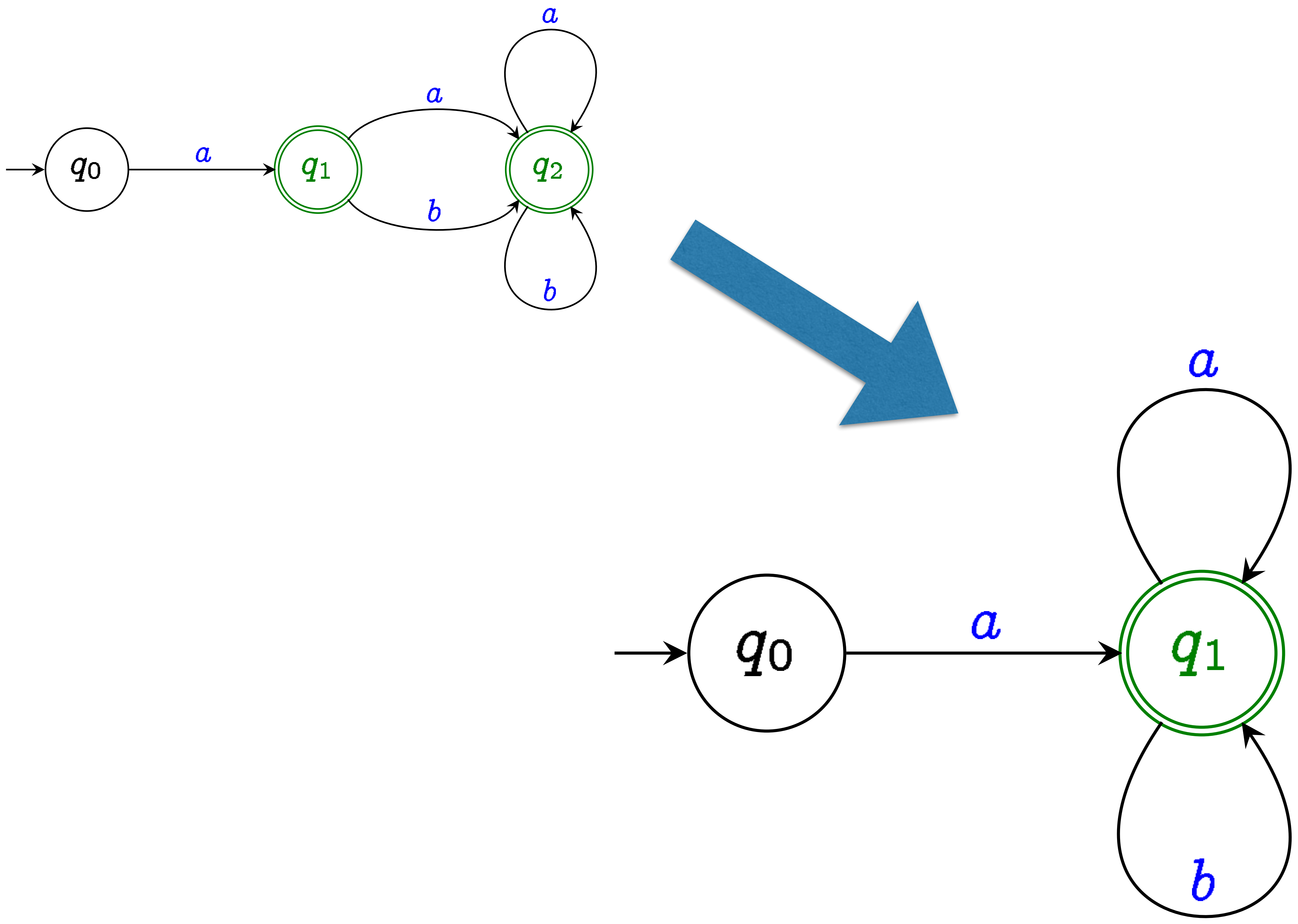
Vaatame olekuid q_1 ja q_2 — kas automaadi välise käitumise põhjal saab neid eristada?



Oluline: DFA minimeerimisel tuleb jälgida, et DFA
1) kas oleks täielik
või
2) ei sisaldaks ühtegi lõksolekut

Automaatide minimeerimine

Aga olekuid q_0 ja q_1 — kas automaadi välise käitumise põhjal saab neid eristada?



- DFA on minimaalne, kui ei leidu temaga ekvivalentset automaati, millel on vähem arv olekuid.
- Iga DFA korral leidub täpselt üks temaga ekvivalentne minimaalne DFA.
- Regulaarsetel keeltel on kanooniline kuju!

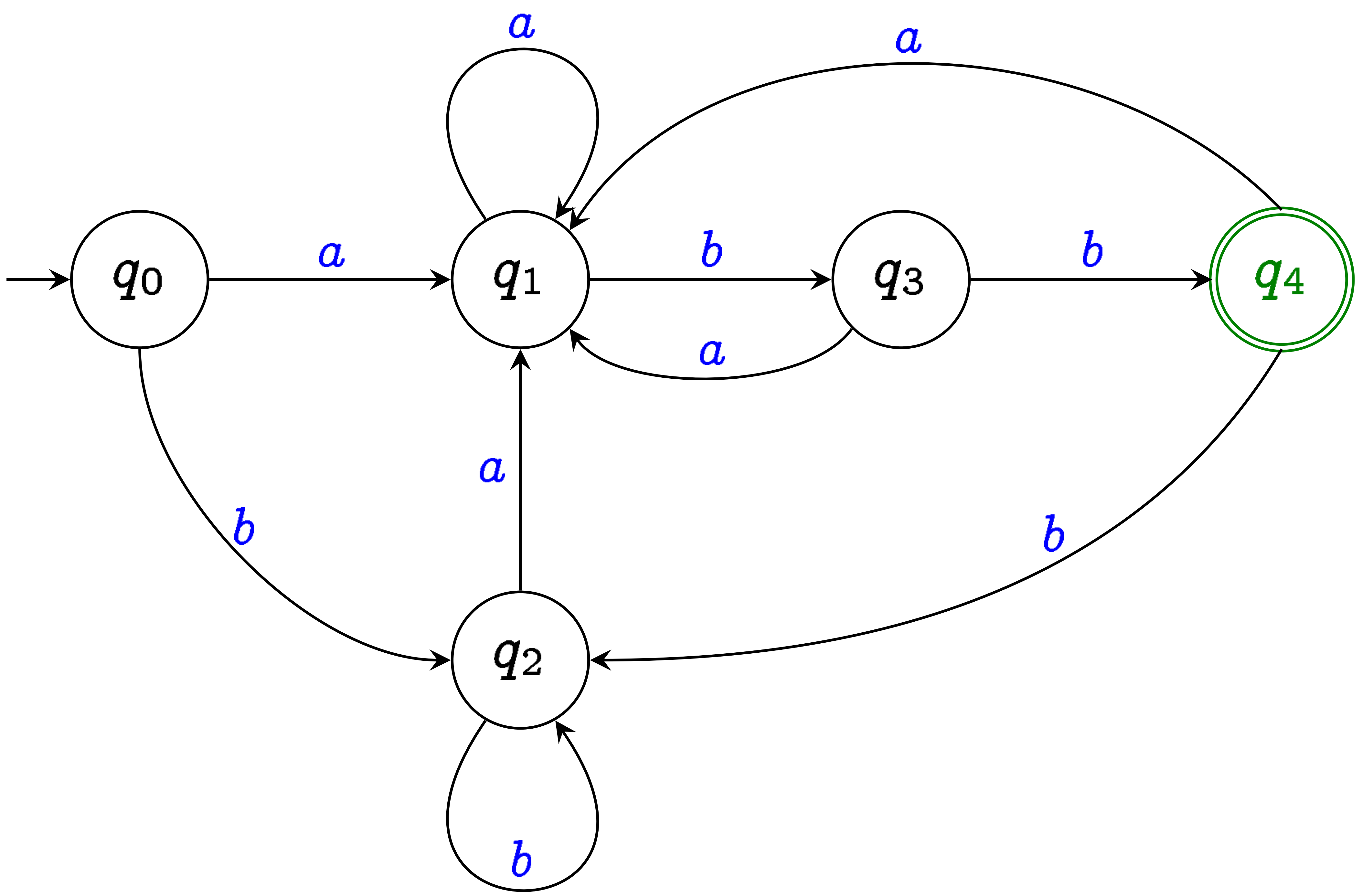
Ekvivalentsed olekud võib ühendada!

Minimaalses DFAs ei saa enam olekuid ühendada.

Minimeerimise algoritm

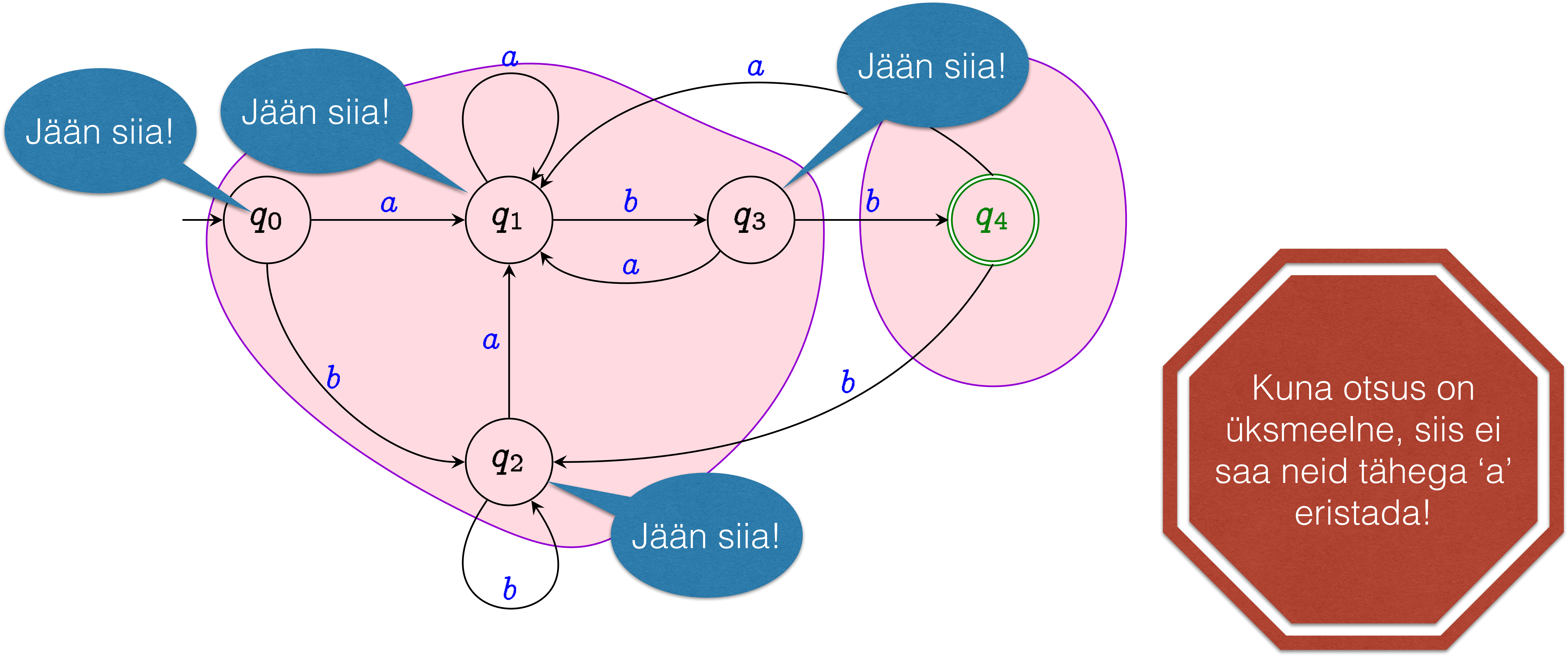
- Tahame leida ekvivalentseid olekuid!
- Alustame optimistlikult: kõik olekud on ekvivalentsed (võib ju loota).
- Oota, tegelikult, lõppolekud on ju teistest olekutest siiski (sõnaga ε) täitsa eristatavad!
- Seega meil on lõppolekute klass ja teiste (mitte-lõpetajate) klass!
- Nüüd võime vaadata, kas nendes klassides käituvad kõik olekud kõikide tähestiku tähtede korral ühte moodi.

Näide: $(a \mid b)^*abb$ automaadi minimeerimine



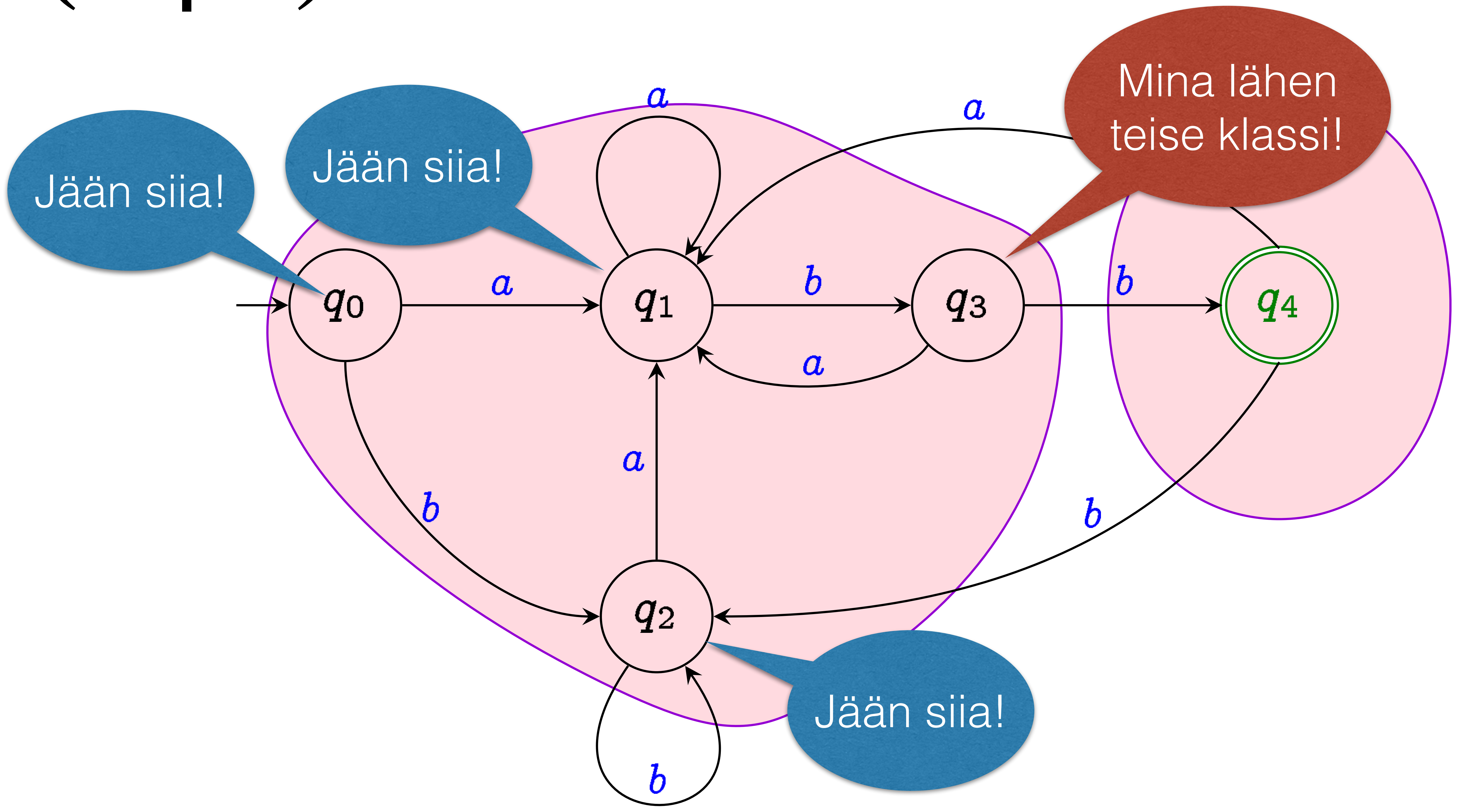
Kõigepealt jagunevad olekud kahte rühma:
lõppolekute klass ja luuserite klass.

Näide: $(a\,|\,b)^*abb$ automaadi minimeerimine



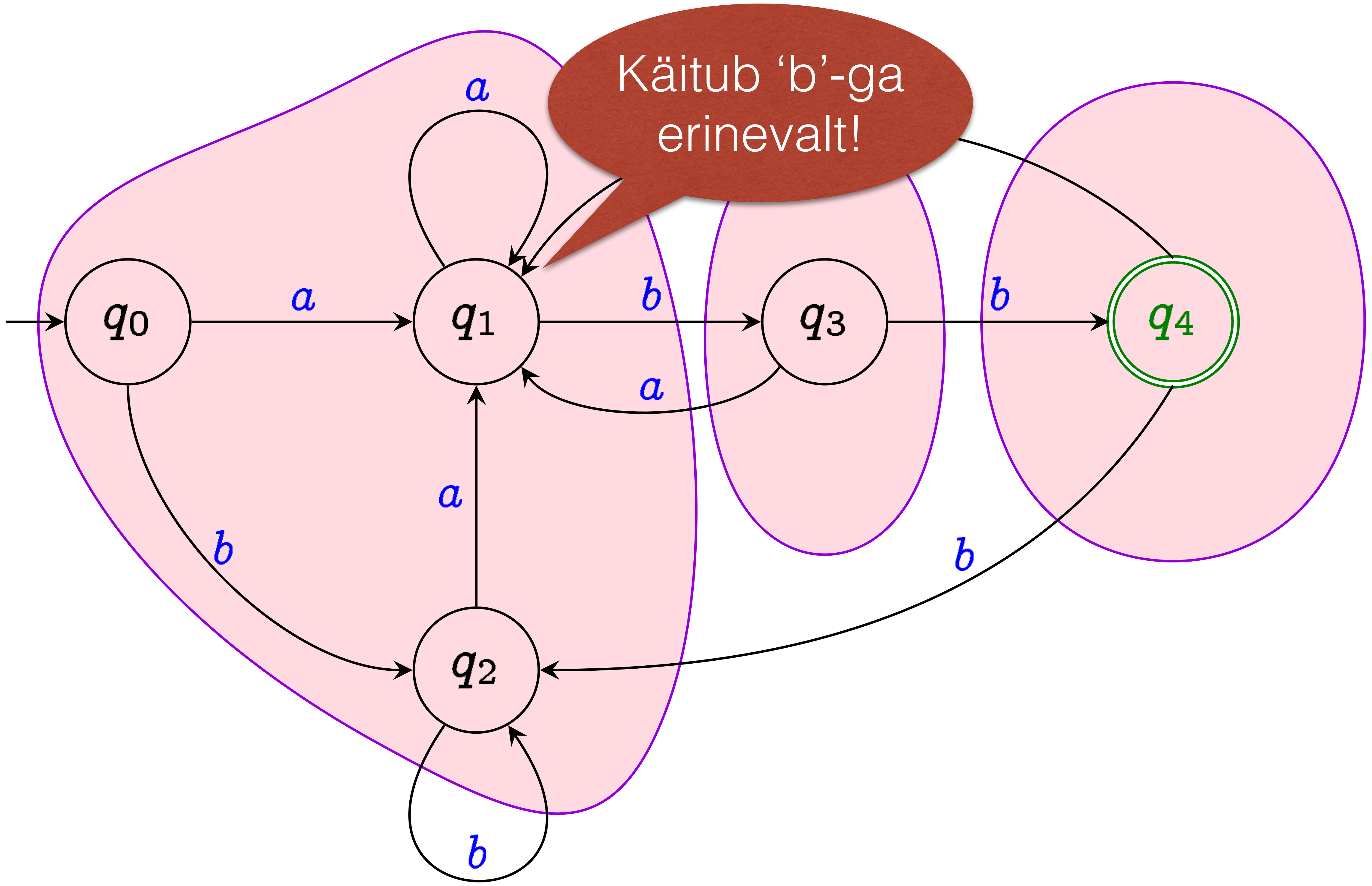
Vaatame seda suurt hulka $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$.
Küsime klassi liikmete käest: "Mida soovite teha tähe 'a' korral?"

Näide: $(a\,|\,b)^*abb$ automaadi minimeerimine



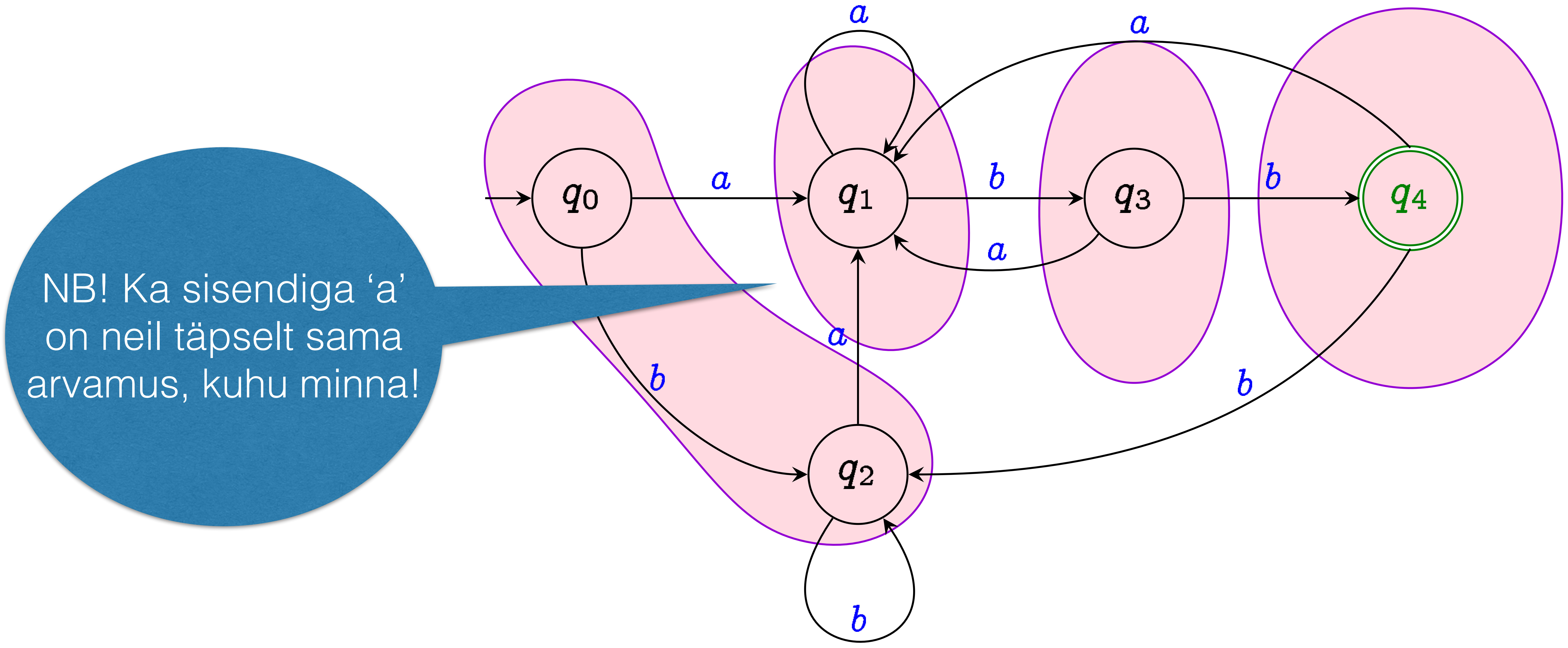
Vaatame seda suurt hulka $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$.
Küsime nüüd klassi liikmete käest: “Mida soovite teha tähe ‘b’ korral?”

Näide: $(a\,|\,b)^*abb$ automaadi minimeerimine



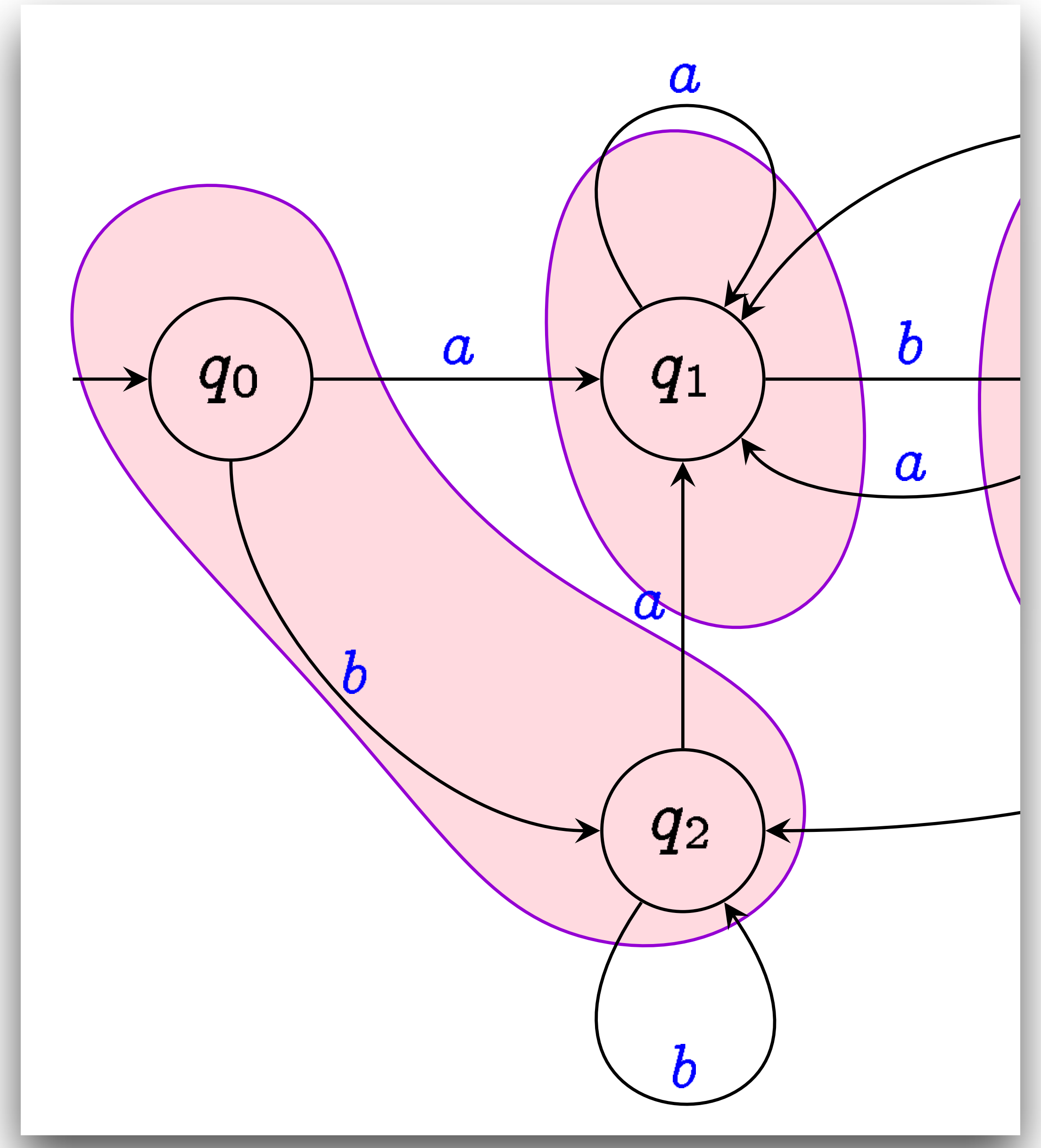
Seega klass ei püsinud koos!
Samamoodi peab vaatama klassi $\{q_0, q_1, q_2\}$.

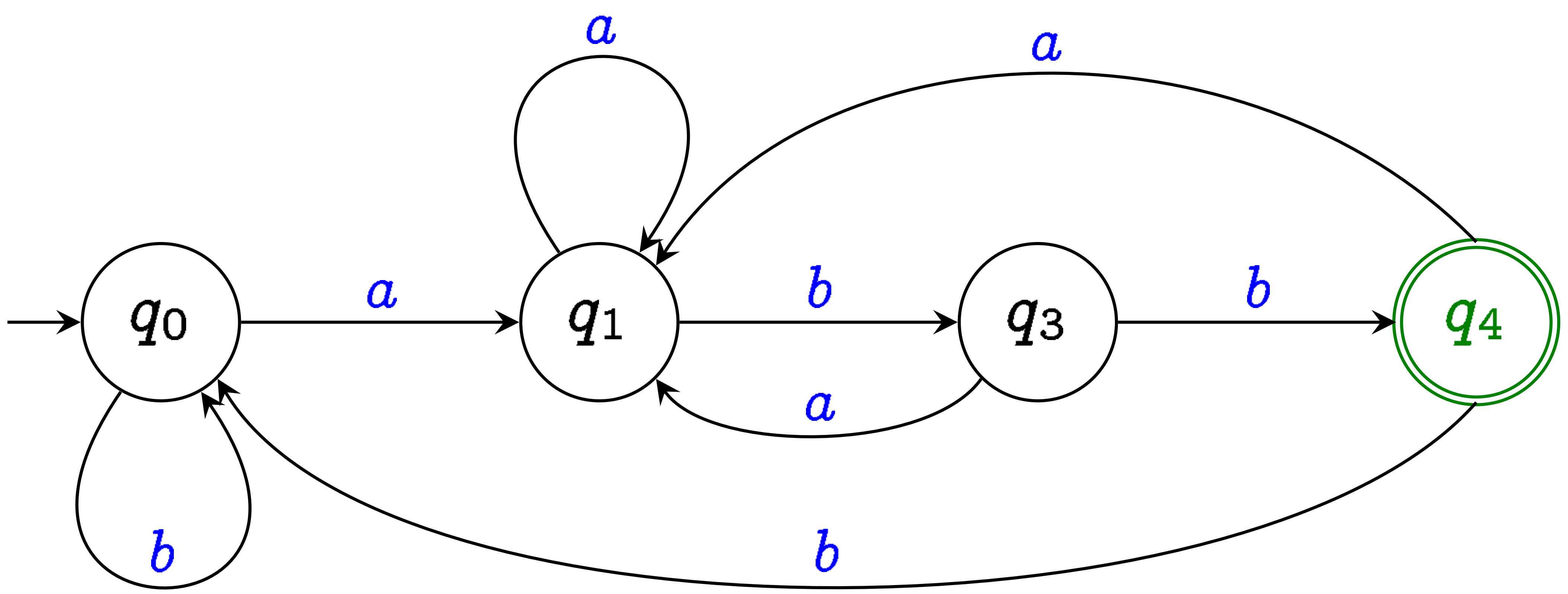
Näide: $(a\,|\,b)^*abb$ automaadi minimeerimine



Lõpuks vaatame, kas $\{q_0, q_2\}$ püsib koos?
(Päris kehv näide oleks, kui ei püsiks…)

Näide: $(a\,|\,b)^*abb$ automaadi minimeerimine





Nüüd siis ühendame $\{q_0, q_2\}$ üheks olekuks!

Definitsioonid

- Determineeritud lõplik automaat on minimaalne, kui ei leidu temaga ekvivalentset, vähemate olekute arvuga, determineeritud lõplikku automaati.

- Iga determineeritud lõpliku automaadi $A = \langle S, \Sigma, T, s_0, F \rangle$ korral leidub (unikaalne) temaga ekvivalentne minimaalne determineeritud lõplik automaat $A' = \langle S', \Sigma, T', s_0', F' \rangle$.

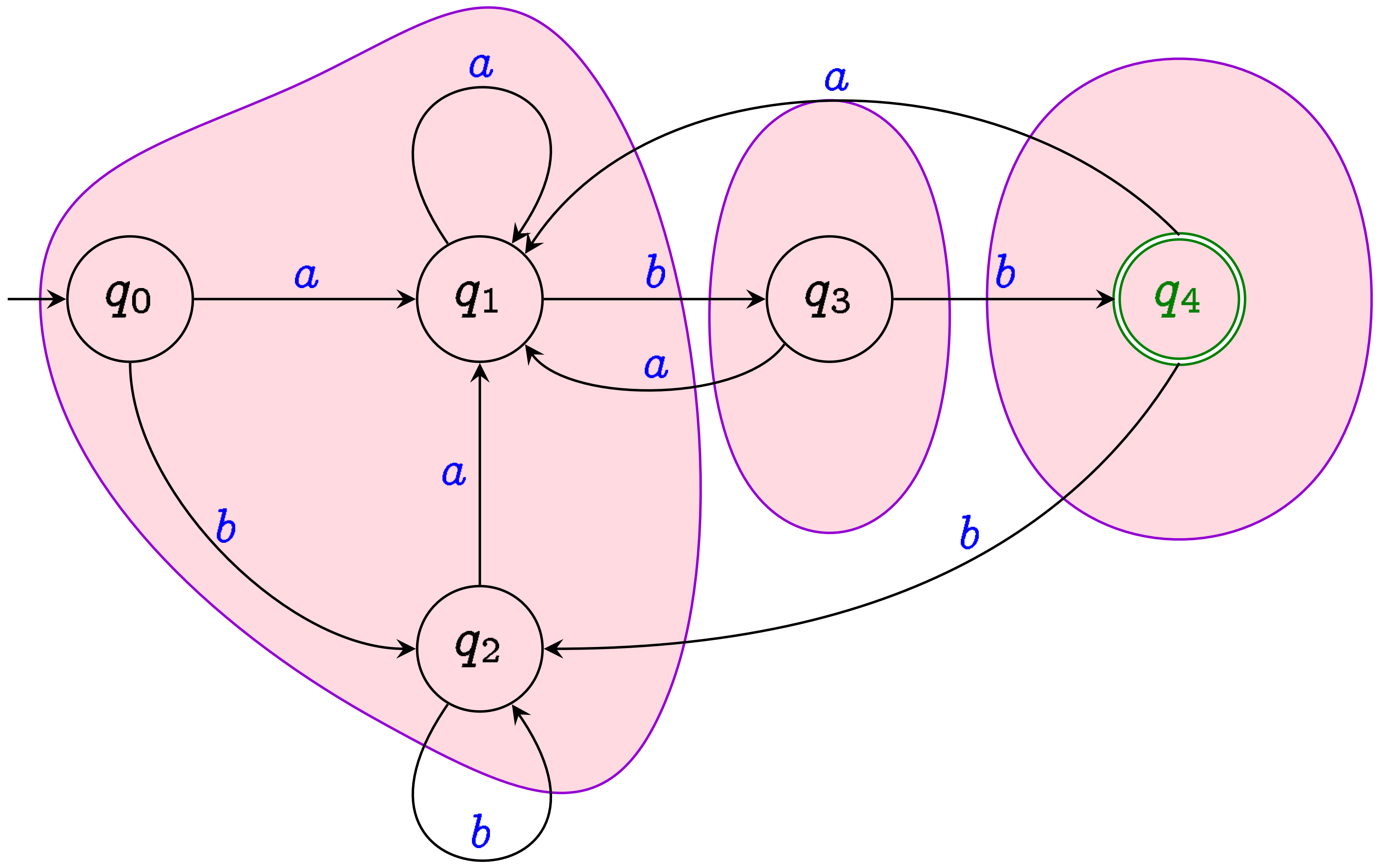
- Idee: tükeldame olekute hulga ekvivalentsiklassideks.
  - Olekud $p, q \in S$ on ekvivalentsed ehk eristamatud, kui iga sõna $w \in \Sigma^*$ korral automaat, alustades neist olekutest, mõlemal juhul kas õnnestub või ebaõnnestub.
  - Iga tähega üleminek viib ekvivalentsed olekud ekvivalentseteks olekuteks.

Minimeerimise algoritm

- Π - ekvivalentsiklasside hulk pärast tükeldamise lõpetamist
- Konstrueerime uue automaadi $A' = \langle S', \Sigma, T', s_0', F' \rangle$, kus
  - olekutehulk $S' = \Pi$;
  - algolek $s_0' = P_0$, kus $P_0 \in \Pi$ ja $s_0 \in P_0$;
  - lõppolekute hulk $F' = \{P \in \Pi \mid P \ \cap \ F \neq \emptyset\}$;
  - üleminekufunktsioon $T' = \{P_i{}^a P_j \mid P_j \in move(P_i, a)\}$.

Tükelduse leidmine

$$P := \{F,\ S \setminus F\};$$
do $\Pi := P;\ P := \emptyset;$
  foreach $Q \in \Pi$ **do**
    foreach $a \in \Sigma$ **do**
      $U := \{T \in \Pi \mid T \cap move(Q, a) \neq \emptyset\};$
      $V := \{Q \cap move_a^{-1}(T) \mid T \in U\};$
      $P := P \cup V;$
    end
  end
until $\Pi = P;$



- Vaatame kui $\Pi = \{\{q_0, q_1, q_2\}, \{q_3\}, \{q_4\}\}$
- Võtame näiteks $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ ja täheks 'b'.
- Meil on kaks partitsiooni, millel on mitte-tühi ühisosa hulgaga $move(Q, b) = \{q_2, q_3\}$. Seega $U = \{\{q_0, q_1, q_2\}, \{q_3\}\}$.
- Nüüd vaatame U elemente. Näiteks $\{q_3\} \in U$: millistest Q olekutest tahame sinna minna? (See on $Q \cap move_b^{-1}(\{q_3\}) = \{q_1\}$).
- Kui U teise elemendi jaoks ka arvutada, siis kokku saame $V = \{\{q_0, q_2\}, \{q_1\}\}$. Selle iteratsiooni sammu lõpus $P = \{\{q_0, q_2\}, \{q_3\}, \{q_4\}\}$. See ongi lõpptulemus.

Kokkuvõte

- Determineeritud automaadi minimeerimine
- Minimeeritud automaat - samaväärne automaat võimalikult väheste olekutega
- JFLAP-iga teha ja harjutada