Informaatika Piirid

Margus Niitsoo

Miks mina siin olen?

- Põhieriala Krüptoloogia
  - Sellest homme

- AGA
  - Krüpto on piiridega seotud
  - Filosoofilised huvid

Loengu tagasiside

Kirjutage:

- Mis loengu juures meeldib?
- Mis mitte?
- Kas/millal järg ära kaob? (teema)
- Muud kommentaarid

Alustame algusest

- Mida tähendab “kolm”?
- Mis juhtub, kui meil numbreid ei ole?
- “rohkem”, “vähem”?

Huvitava osa juurde

- Mängime mängu nimega “Hilberti hotell”

- Olete hotelli administraator
  - Lõpmatu hotell
  - Ja see on täis!

Keskkool

- Erinevad arvude tüübid:
  - Naturaalarvud
  - Täisarvud
  - Ratsionaalarvud
  - Reaalarvud

Matemaatiliselt rääkides

- Täisarve on sama palju kui naturaalarve
- Ratsionaalarve on ka sama palju
- Nojah - lõpmatult..

Interesting Twist

- Reaalarve on rohkem!
  - Georg Cantor ~1900
- Tõestus..

Vaheküsimus:

- Kui palju on erinevaid võimalikke arvutiprogramme?

- Kas leidub midagi, mida on vähem, kui reaalarve, aga rohkem kui naturaalarve?

Ja edasi?

- Ok, see oli matemaatika

- Mis sel arvutitega pistmist on?

Vahetame teemat

- Kas järgnev programm lõpetab alati töö?

```
arv=input()
while (arv<=0) :
    arv=-arv
return arv*arv*arv
```

Küsimus

- Kas te oskaks kirjutada programmi, mis seda kontrollib?

- Kui ise ei oska, siis kas see on teie arvates võimalik?

Turing, 1936

EI OLE!

Tõestus

- Eeldame vastuväiteliselt et on
  - St, leidub alati töötav programm “**LOPETAB(prog,sisend)**”
  - Eeldame et nii programm kui sisend on **baitkoodis**
  - St – nad on **arvud**
  - Tabel!

Tõestus a la Cantor

```
n=input()
if (FIN(n,n)==0) :
  return 1
else:
  return 0
```

Tõestus

- See programm ei vasta ühelegi baitkoodile
- ergo..

And it gets worse

- 1953 Rice: Ükski “huvitav” omadus pole kontrollitav
  - Mh: Programmide võrdus
  - Kas üks hangub harvem, kui teine
- Küsimusi?

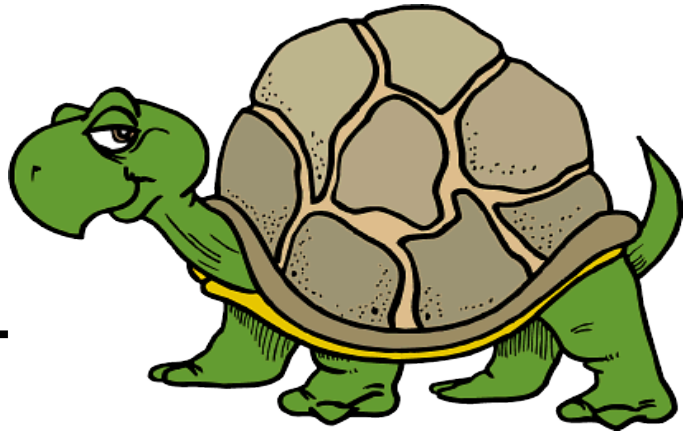
Küsimused

- Programmide testimine??

Üleminek

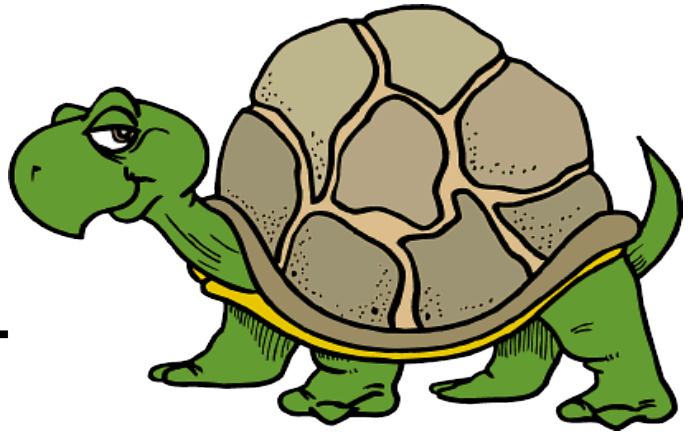
- Asjad, mida üldse ei saa
  - (Neid on veel)
- Asjad, mida nagu saaks aga...

AAEGLASELT!!!



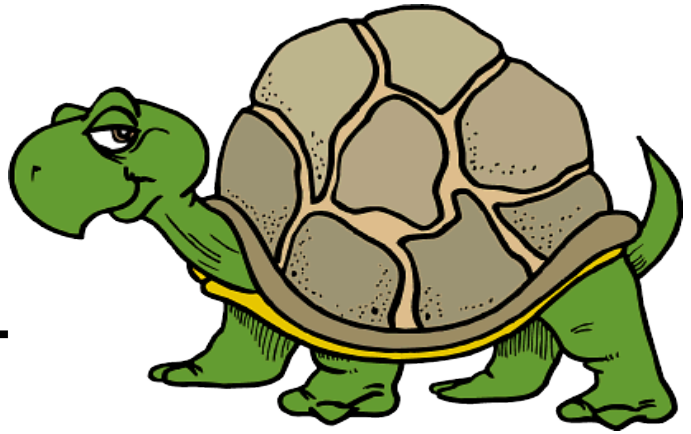
Ülesanded

- Lühim tee
- Algarvulisuse kontroll
- Ümarlaud
- Viis-tükki-ritta



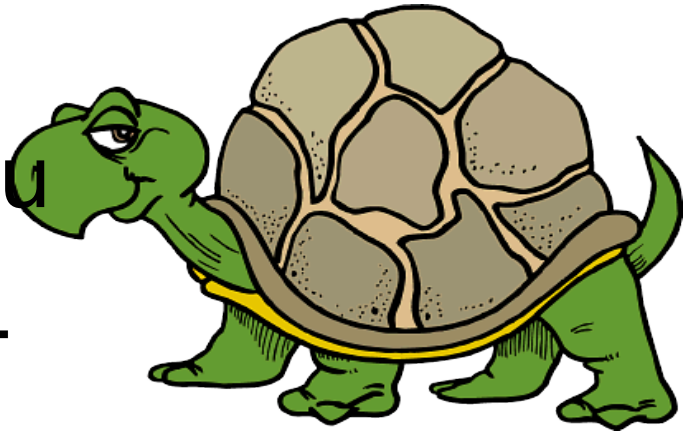
Aeglus

- Sisend eri suurusega
- Arvutamine võtab **aega**
- Aeg paraku piiratud



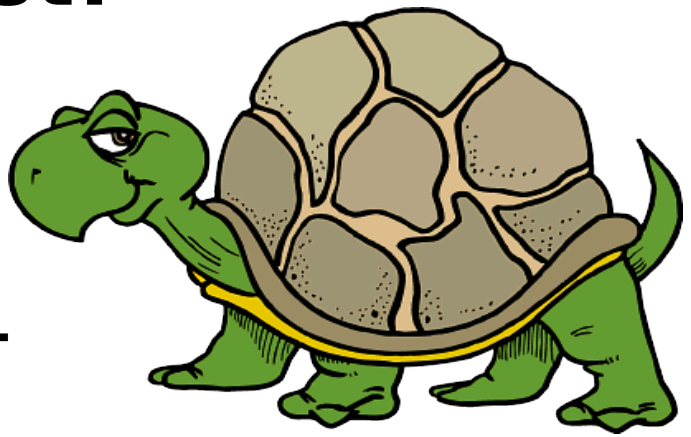
Aeglus

- Sekundis 100 000 000 = 10^8 tehet
  - Aastas ~3 * 10^15
- Top 500 superarvutit sekundis ~10^16
  - Aastas ~3*10^21
- Kui igaühel oleks Top 500 SA-d...
  - Aastas ~2*10^31
  - Universumi tekkest kokku ~3*10^40



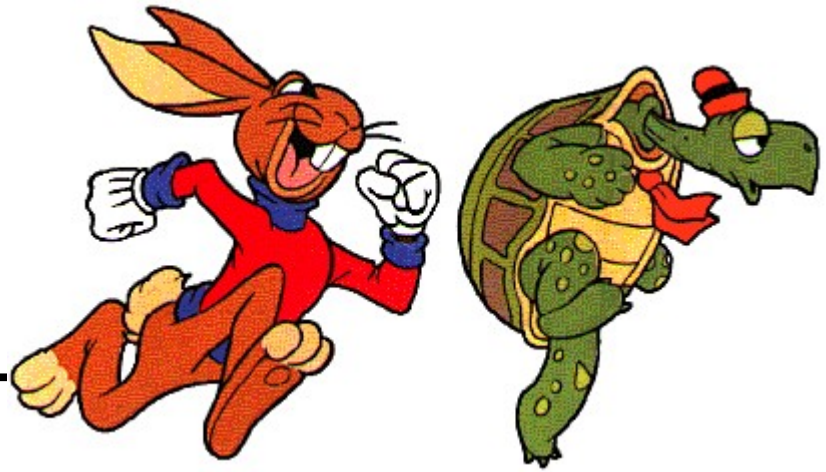
Aeglus

- Kui igaühel oleks Top 500 SA-d...
  - Aastas ~2*10^31
  - Universumi tekkest kokku ~3*10^40
- Võrdluseks: Rändkaupmehel 100 linna korral **~10^160 võimalust!**



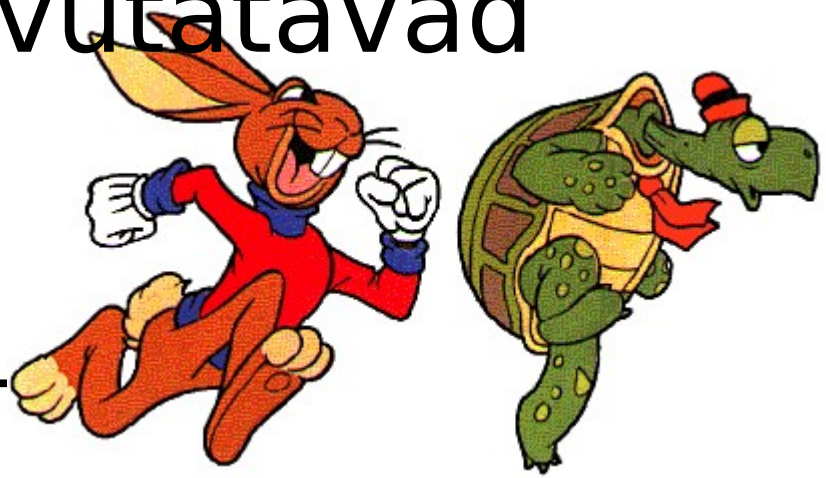
Seega

- Variantide läbivaatus EI TOIMI
- Teoreetiline küsimus:
  - Kas saab alati paremini?
- **P = NP** ?



Klassid

- **P** – efektiivselt lahendatavad
  - **RP** ja **BPP** – juhuslikkuse abil
- **NP** – efektiivselt kontrollitavad
- **PSPACE** – arvutis arvutatavad



Tõestamisest

- **NP** – efektiivselt kontrollitavad
- Leidub 'lühike' tõestus
  - Loed läbi ja usud

Tõestamisest

- **NP** – efektiivselt kontrollitavad
- Leidub 'lühike' tõestus
  - Loed läbi ja usud
- Aga kui tervet tõestust ei viitsi?
- Tõestaja ka ei viitsi?

Tervet ei viitsi

- Vaata pool?
- Veel parem, vaata **3 bitti**
  - Bitid vali mustri järgi juhuslikult
- **PCP-Teoreem (1992):**
  Kui leidub lühike tõestus,
  leidub ka selline, kus piisab
  juhuslikult 3 biti vaatamisest

Tõestaja ka ei viitsi

- Hääl peas:
  “**Mina olen sinu JUMAL**”
- “**Küsi ja ma vastan!**”

- Mida paganat küsida?
  - Eriti arvestades, et ta võib valetada...

Vastus

- “Okei, meil on 1000 inimest, ja nad tuleb lauda paigutada...”
- “**See pole võimalik!**”
- Probleem

Probleemi pole

- Lühikest tõestust pole..
  - “**Ükski variant lihtsalt ei klapi**”
- Ometi on võimalik kontrollida!!
  - **PSPACE** piires

Kuidas?

- Näide: Graafide mitteisomorfism
  - Ehk: Kas kaks graafi on samad?

- Tõestamine üllatavalt lihtne
  - Kuni jumal su sõbra mõtteid ei loe

Probleem...

“Ei, hoopis mina olen sinu JUMAL”

Põhimõte

- “Kui üks on jumal ja teine pole?“
  - Mõlemad tahavad tõestada, et on jumal...
  - Mõlemal võib vabalt olla lõpmatu arvutusvõimsus...
  - Ei tee koostööd
- Informaatik vs Teoloog

Erinevus

- “Kui üks on jumal ja teine saatan siis …“
  - Teoloog: “Kumb on kumb??”
  - Informaatik: “Saab lasta neil igasugu probleeme lahendada!!”

Mis asju?

- Kõike, mis arvutil kontrollitav on
  - Ja isegi ühtteist veel..
- Tuleb välja mõelda kuidas..
  - Aga see on mehaaniline

Tänan tähelepanu eest!

Teil kindlasti on küsimusi!