

DIGITAALNE HELI

Hendrik Nigul

Mathematics of Sound and Music

Aprill 2007

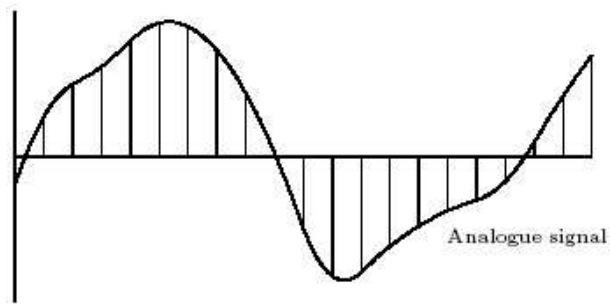
OUTLINE

- 1 DIGITAALNE SIGNAAL
 - Analoog \rightarrow digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 DISKREETIMINE JA DIRAC DELTA
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 DIGITAALFILTRID
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

MIS ON HELI?

Heli on elastses keskkonnas lainena leviv mehaaniline võnkumine.

- amplituud – heli tugevus
- sagedus – heli kõrgus



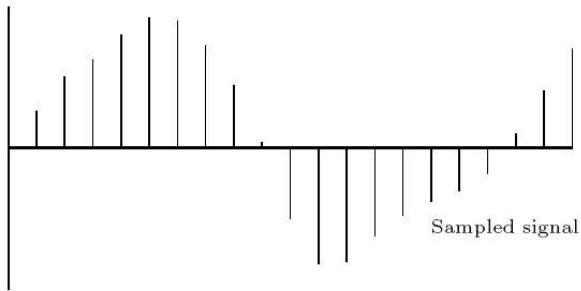
OUTLINE

- 1 DIGITAALNE SIGNAAL
 - Analoo \rightarrow digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

HELI DIGITALISEERIMINE

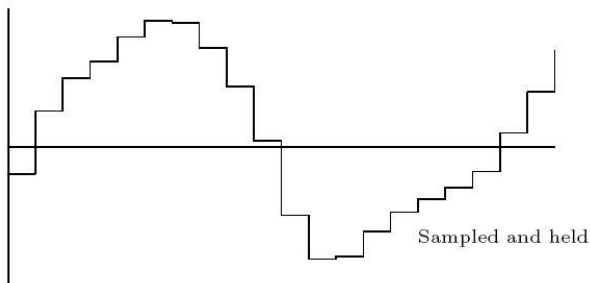
- Analoogsignaali ei saa arvutis salvestada.
- Signaal tuleb digitaliseerida.
- 2 etappi:
 - diskreetimine (sampling)
 - kvantimine

HELI DIGITALISEERIMINE



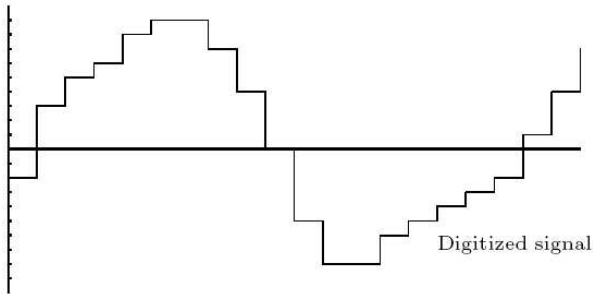
- Samplite valimine
- Veel on võimalik signaali tagasi teisendada
- Diskreetimine

HELI DIGITALISEERIMINE



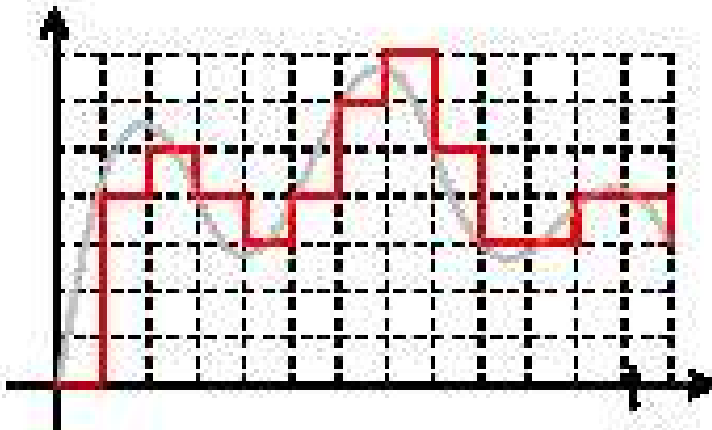
- Samplite valimine
- Veel on võimalik signaali tagasi teisendada
- Diskreetimine

HELI DIGITALISEERIMINE



- Samplite valimine
- Veel on võimalik signaali tagasi teisendada
- Diskreetimine

HELI DIGITALISEERIMINE



Helilaine (hall joon) digitaalsel kujul (punane).

OUTLINE

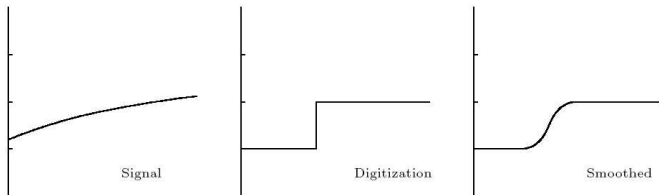
- 1 DIGITAALNE SIGNAAL
 - Analoog \rightarrow digitaalne signaal
 - **Virvendamine**
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

VIRVENDAMINE

- Virvendamise (*dithering*) eesmärk on vähendada helimoonutusi, mis on tekkinud digitaliseerimise tõttu.
- Väikese juhusliku müra lisamine suurendab signaali teravust (resolution).
- Diskreetimise sagedus peab olema suurem, kui signaali muutumise sagedus.

VIRVENDAMINE

Enne virvendamist:



Pärast virvendamist:



VIRVENDAMINE

Ka pilditöötles on vaja kasutada virvendamist.



Pilt 256 värviga



Koos virvendusega

OUTLINE

- 1 DIGITAALNE SIGNAAL
 - Analoog → digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - **WAV formaat**
 - MP3
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

WAV FILE STRUKTUUR

```
$ od -N 64 -t x1 file.wav | cut -d " " -f 2-  
52 49 46 46 6c e0 0a 00 57 41 56 45 66 6d 74 20  
10 00 00 00 01 00 02 00 44 AC 00 00 10 B1 02 00  
04 00 20 00 64 61 74 61 00 e0 0a 00 81 81 81 81  
81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81
```

- Riff tükk (Resource Interchange File Format).
- Format tükk
- Andmed

WAV FILE STRUKTUUR

```
$ od -N 64 -t x1 file.wav | cut -d " " -f 2-  
52 49 46 46 6c e0 0a 00 57 41 56 45 66 6d 74 20  
10 00 00 00 01 00 02 00 44 AC 00 00 10 B1 02 00  
04 00 20 00 64 61 74 61 00 e0 0a 00 81 81 81 81  
81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81
```

- RIFF
- ülejäänud faili suurus $000AE06C_{16} = 712812$.
- WAVE

WAV FILE STRUKTUUR

```
$ od -N 64 -t x1 file.wav | cut -d " " -f 2-
52 49 46 46 6c e0 0a 00 57 41 56 45 66 6d 74 20
10 00 00 00 01 00 02 00 44 AC 00 00 10 B1 02 00
04 00 20 00 64 61 74 61 00 e0 0a 00 81 81 81 81
81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81
```

- **fmt**
- **formaat tüki suurus**
- **baitide arv 1 diskreetimissammu kohta** 01 00 – mono; 02 00 – stereo
- **diskreetimissagedus** $0000AC44_{16} = 44100Hz$,
 $00005622_{16} = 22050Hz$.
- **baite sekundis**
- **baite sammus** 01 00 – 8-bit mono; 02 00 – 16-bit mono/8-bit stereo; 04 00 – 16-bit stereo
- **bitte sammus** $0020_{16} = 32$

WAV FILE STRUKTUUR

```
$ od -N 64 -t x1 file.wav | cut -d " " -f 2-  
52 49 46 46 6c e0 0a 00 57 41 56 45 66 6d 74 20  
10 00 00 00 01 00 02 00 44 AC 00 00 10 B1 02 00  
04 00 20 00 64 61 74 61 00 e0 0a 00 81 81 81 81  
81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81
```

- DATA
- **ülajäänud faili suurus**
- **andmed** min..-1,0..max on
8-biti korral *unsigned*: 00..7F, 80..FF,
16-biti korral *signed*: 8000..FFFF, 0000..7FFF

OUTLINE

- 1 DIGITAALNE SIGNAAL
 - Analoog → digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - **MP3**
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

MP3 FORMAAT

- MPEG I/II Layer 3
- Motion Picture Experts Group
- Kadudega pakkimine
- Mõned MP3 tehnikad:
 - Arvestatakse inimkõrva eripäruga (Fletcher-Munson kõverad)
 - The phenomenon of masking means that some sounds will be present but will not be perceived because of the existence of some other component of the sound.
 - Keerukamad muusikalõigud võtavad rohkem baite.
 - Stereo
 - Huffmani koodid.

OUTLINE

- 1 DIGITAALNE SIGNAAL
 - Analoog → digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

MIDI

- Musical Instrument Digital Interface
- Andmeedastusprotokoll
- Midi sõnumite tüübid:
 - Noodid: algus- ja lõppaeg, helikõrgus ja tugevus.
 - Juhtumissõnumid: parameetrid nagu koor, kaja, panoraam (?) üldine helitugevus.
 - Sõnumid konkreetetele seadmetele: nt. süntesaatori seadistamine
- Midi modulatsioonikiirus on 31.25 KBaud (kiloboodi – bitti sekundis).

OUTLINE

- 1 Digitaalne signaal
 - Analoog \rightarrow digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 **DISKREETIMINE JA DIRAC DELTA**
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

DIRAC DELTA

- Kroneckeri delta

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{kui } i = j \\ 0, & \text{kui } i \neq j \end{cases}$$

- Dirac delta

$$\delta(t) = 0, \text{ kui } t \neq 0$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

- Põhiomadus

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)$$

DIRAC DELTA

- Kui $f(t) = \delta(t - t_0)$, siis Fourier teisendus on

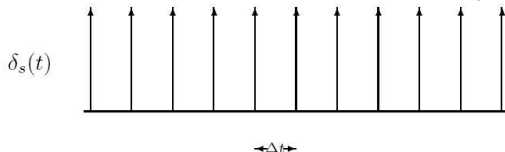
$$\hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-2\pi i \nu t} dt = e^{-2\pi i \nu t_0}$$

DISKREETIMINE

- Üks viis diskreetimise esitamiseks.
- Diskreetimise funktsioon

$$\delta_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta t),$$

kus Δt on ajavahemik 2 sample vahel (nt $\Delta t = 1/44100$ s).



- Kui $f(t)$ on analoogsignaali, siis

$$f(t)\delta_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta t)\delta(t - n\Delta t)$$

DISKREEDITUD SIGNAALI FOURIER TEISENDUS

Selleks on 2 võimalust:

THEOREM

$$\widehat{f \cdot \delta_s}(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta t) e^{-2\pi i \nu n \Delta t}$$

THEOREM

$$\widehat{f \cdot \delta_s}(\nu) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}\left(\nu - \frac{n}{\Delta t}\right)$$

OUTLINE

- 1 Digitaalne signaal
 - Analoog \rightarrow digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 **DISKREETIMINE JA DIRAC DELTA**
 - Dirac Delta
 - **Nyquisti teoreem**
- 3 Digitaalfiltrid
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

NYQUISTI TEOREEM

THEOREM

Maksimaalne sagedus, mida saab digitaalse signaaliga edastada, on pool diskreetimise sagedusest.

- Vaatleme lihtsat signaali $f(t) = A \cos(2\pi\nu t)$.
- Diskreetimissagedus $N = 1/\Delta t$.
- Kui $\nu = N/2 + \alpha$, siis

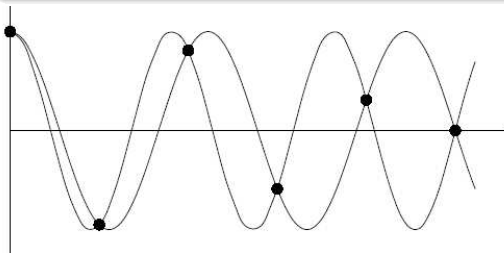
$$\begin{aligned} f(M/N) &= A \cos(2\pi(N/2 + \alpha)M/N) = A \cos(M\pi + 2\alpha M\pi/N) \\ &= (-1)^M A \cos(2\alpha M\pi/N) \end{aligned}$$

- Seega on α ja $-\alpha$ korral digitaalne signaal samasugune!

NYQUISTI TEOREEM

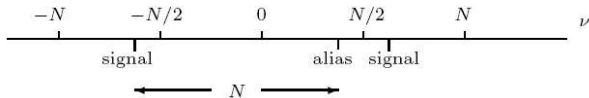
THEOREM

Maksimaalne sagedus, mida saab digitaalse signaaliga edastada, on pool diskreetimise sagedusest.



ALIASING

Kaks erinevat signaali võivad anda sama valimi – **aliasing**.



ALIASING

Kaks erinevat signaali võivad anda sama valimi – **aliasing**.



Õigesti diskreeditud.

HENDRIK NIGUL

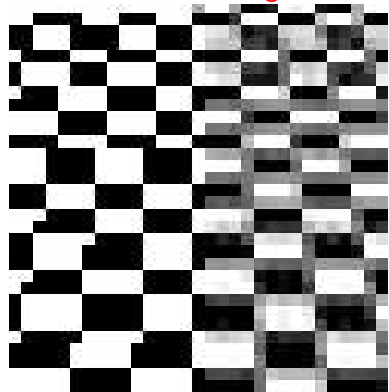
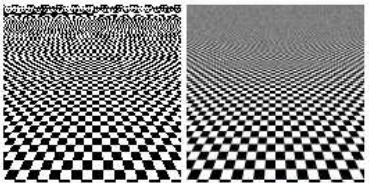


Ruumiline alias Moiré mustri näol.

DIGITAALNE HELI

ALIASING

Kaks erinevat signaali võivad anda sama valimi – **aliasing**.



NYQUISTI TEOREEM

- Mis juhtub signaaliga, mille sagedus on täpselt pool diskreetimise sagedust?
- Sõltub faasist. Koosinuslained ei muutu. Siinuslained kaovad ära.

DISKREETIMISTEOREEM

- Kui analoogsignaali sagedusspekter asub allpool Nyquisti sagedust, siis saab teda taastada (aja suhtes) diskreeditud signaalist.



$$\widehat{f \cdot \delta_s}(\nu) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}\left(\nu - \frac{n}{\Delta t}\right)$$

FILTREERIMINE

- Et vähendada aliaste mõju, tuleb signaal enne diskreetimist töödelda.
- Lõigata ära sagedused, mis on suuremad, kui pool diskreetimise sagedust.
- Selleks kasutatakse **madalpääsfiltreid** (*low-pass filter*)

OUTLINE

- 1 Digitaalne signaal
 - Analoog \rightarrow digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 **DIGITAALFILTRID**
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

z-TEISENDUS

- Diskreeditud signaali Fourier teisendus:

$$\widehat{f \cdot \delta_s}(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta t) e^{-2\pi i \nu n \Delta t}$$

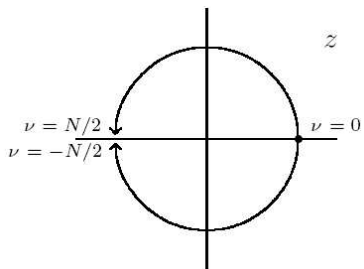
- See on perioodiline.
- Asendame $z = e^{2\pi i \nu \Delta t} = e^{2\pi i \nu / N}$.
- Diskreeditud signaali z -teisendus

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta t) z^{-n}$$

- Omavaheline seos

$$\widehat{f \cdot \delta_s}(\nu) = F(e^{2\pi i \nu \Delta t})$$

z -TEISENDUS



OUTLINE

- 1 Digitaalne signaal
 - Analoog \rightarrow digitaalne signaal
 - Virvendamine
 - WAV formaat
 - MP3
 - MIDI
- 2 Diskreetimine ja Dirac Delta
 - Dirac Delta
 - Nyquisti teoreem
- 3 **DIGITAALFILTRID**
 - z -teisendus
 - Digitaalfiltrid

DIGITAALFILTRID

- wiki: digitaalfiltritega saab põhimõtteliselt teha suvalist efekti, mis on algoritmiliselt kirjeldatav.
- Piiravad tegurid on riistvara kiirus, raha.
- Sagedust muuta ei saa.

